

Riješeni zadaci iz mature A razine

Izradio: Siniša Peršić, mag. ing. el. | www.edutec.hr
Instrukcije iz matematike, fizike i elektrotehnike | 099 841 8843

Zadatak 1

Tekst zadatka: Sonjina i Matijina zarada u omjeru su 2 : 3, a Matija je zaradio 2 puta više od Ivana. U kakvom su odnosu Sonjina i Ivanova zarada?

- A. Sonja i Ivan zaradili su jednako.
- B. Sonja je zaradila manje od Ivana.
- C. Sonjina i Ivanova zarada u omjeru su 2 : 1.
- D. Sonjina i Ivanova zarada u omjeru su 4 : 3.

Rješenje:

$$\begin{aligned}S : M = 2 : 3 &\Rightarrow S = 2k, M = 3k \\M = 2I & \\3k = 2I & \\I = \frac{3k}{2} & \\S : I = 2k : \frac{3k}{2} & \\S : I = 4k : 3k & \\S : I = 4 : 3 & \end{aligned}$$

Odgovor: D. 4 : 3

Zadatak 2

Tekst zadatka: Linearna funkcija $f(x) = ax + b$ zadana je tablicom.

x	-1	7
$f(x)$	5	2

Što od navedenoga vrijedi za koeficijente a i b ?

- A. $a < 0$ i $b < 0$
- B. $a < 0$ i $b > 0$
- C. $a > 0$ i $b < 0$
- D. $a > 0$ i $b > 0$

Rješenje:

$$\begin{aligned}(x_1, y_1) = (-1, 5), & \quad (x_2, y_2) = (7, 2) \\a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & \\a = \frac{2 - 5}{7 - (-1)} & \\a = \frac{-3}{8} < 0 & \\f(x) = ax + b & \\5 = -\frac{3}{8} \cdot (-1) + b & \\5 = \frac{3}{8} + b & \\b = 5 - \frac{3}{8} = \frac{40}{8} - \frac{3}{8} = \frac{37}{8} > 0 & \end{aligned}$$

Odgovor: B. $a < 0$ i $b > 0$

Zadatak 3

Tekst zadatka: Koji je interval skup svih rješenja nejednadžbe $\frac{5x}{x-1} < 0$?

- A. $(-\infty, 0)$
- B. $(0, 1)$
- C. $(1, 5)$
- D. $(5, \infty)$

Rješenje:

$$\begin{aligned}\frac{5x}{x-1} < 0 & \\5x = 0 &\Rightarrow x = 0 \\x - 1 = 0 &\Rightarrow x = 1 \\x \neq 1 & \end{aligned}$$

x	$(-\infty, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
$5x$	-	+	+
$x - 1$	-	-	+
$\frac{5x}{x-1}$	+	-	+

$$\frac{5x}{x-1} < 0 \Rightarrow x \in (0, 1)$$

Odgovor: B. $(0, 1)$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}a : b = m : n &\Rightarrow a = mk, b = nk \\ \frac{a}{b} &= \frac{m}{n} \\ \frac{P_2}{P_1} &= k^2 \\ \frac{V_2}{V_1} &= k^3 \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Zadani omjer pretvoriti u izraze s istim parametrom k .
2. Sve dodatne uvjete iz teksta zapisati kao jednadžbe.
3. Skratiti zajednički parametar i dobiti traženi omjer ili nepoznatu veličinu.
4. Kod geometrije paziti razlikuju li se omjeri duljina, površina ili volumena.

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}f(x) &= y \\ D_f &: \text{uvjeti definiranosti} \\ \text{Im } f &: \text{skup vrijednosti} \\ f(x) = 0 &\Rightarrow \text{nultočka} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati vrstu funkcije i njezine ključne elemente.
2. Za domenu postaviti uvjete zbog nazivnika, korijena ili logaritma.
3. Za nultočku staviti $f(x) = 0$, a za vrijednost funkcije uvrstiti zadani x .
4. Graf ili sliku koristiti za čitanje intervala rasta, pada i skupa vrijednosti.

Formule koje se koriste:

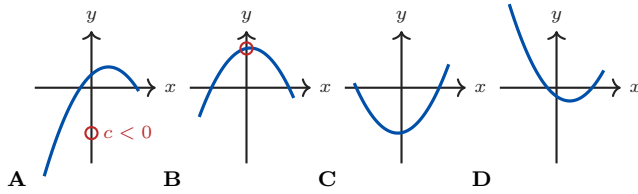
$$\begin{aligned}A \cdot B > 0 &\Rightarrow A, B \text{ istog predznaka} \\ \frac{A}{B} > 0 &\Rightarrow A, B \text{ istog predznaka} \\ \frac{A}{B} < 0 &\Rightarrow A, B \text{ različitog predznaka} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Sve prebaciti na jednu stranu nejednadžbe.
2. Faktorizirati brojnik i nazivnik ili cijeli izraz.
3. Na brojevnom pravcu označiti nultočke i vrijednosti koje nisu dopuštene.
4. Odabrati intervale na kojima izraz ima traženi predznak.

Zadatak 4

Tekst zadatka: Na kojoj je slici prikazan graf kvadratne funkcije $f(x) = -x^2 + bx + c$ kojoj je koeficijent $c < 0$?



Rješenje:

$$f(x) = -x^2 + bx + c$$

$$a = -1 < 0 \Rightarrow \text{parabola je okrenuta prema dolje}$$

$$c = f(0)$$

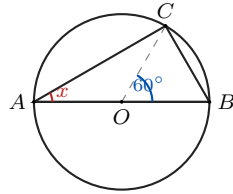
$$c < 0 \Rightarrow f(0) < 0$$

Presjek s osi y mora biti ispod osi x . \Rightarrow slika A

Odgovor: A

Zadatak 5

Tekst zadatka: Na skici je prikazana kružnica sa središtem u točki O . Dužina \overline{AB} promjer je te kružnice, a trokut OBC je jednakostraničan. Koliko iznosi mjera kuta x ?



Rješenje:

$$\triangle OBC \text{ je jednakostraničan}$$

$$\angle BOC = 60^\circ$$

$$\overline{AB} \text{ je promjer}$$

$$\angle AOB = 180^\circ$$

$$\angle AOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

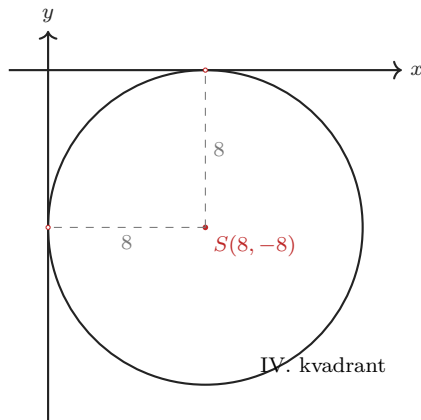
$$OA = OC \Rightarrow \triangle AOC \text{ je jednakokrtačan}$$

$$x = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

Odgovor: 30°

Zadatak 6

Tekst zadatka: Odredite jednadžbu kružnice polumjera 8 koja ima središte u četvrtome kvadrantu i dira obje koordinatne osi.



Rješenje:

$$r = 8$$

$$\text{dira os } x \Rightarrow |q| = 8$$

$$\text{dira os } y \Rightarrow |p| = 8$$

$$S \text{ je u IV. kvadrantu} \Rightarrow p = 8, q = -8$$

$$S = (8, -8)$$

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

$$(x - 8)^2 + (y + 8)^2 = 64$$

Odgovor: $(x - 8)^2 + (y + 8)^2 = 64$

Formule koje se koriste:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati koeficijente a, b, c kvadratne funkcije ili jednadžbe.
2. Za os simetrije koristiti $x = x_0$, gdje je $x_0 = -b/(2a)$.
3. Za nultočke izračunati diskriminantu i primijeniti kvadratnu formulu.
4. Za predznak kvadratne funkcije koristiti položaj parabole i interval između nultočaka.

Formule koje se koriste:

$$a : b = m : n \Rightarrow a = mk, b = nk$$

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = k^2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = k^3$$

Detaljni postupak:

1. Zadani omjer pretvoriti u izraze s istim parametrom k .
2. Sve dodatne uvjete iz teksta zapisati kao jednadžbe.
3. Skratiti zajednički parametar i dobiti traženi omjer ili nepoznatu veličinu.
4. Kod geometrije paziti razlikuju li se omjeri duljina, površina ili volumena.

Formule koje se koriste:

$$z = x + iy$$

$$\text{Re } z = x$$

$$\text{Im } z = y$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Detaljni postupak:

1. Kompleksni broj najprije zapisati u obliku $x + iy$.
2. Posebno zbrojiti ili izdvojiti realni dio, a posebno imaginarni dio.
3. Ako se traži kvadrant, gledati predznake: x određuje lijevo/desno, a y gore/dolje.
4. Ako se traži trigonometrijski oblik, izračunati modul i argument pa zapisati $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$.

Zadatak 10

Tekst zadatka: Radiosignal odaslan je sa Zemlje i putuje brzinom $3 \cdot 10^8$ m/s. Koliki je put u metrima prešao za 20 minuta od trenutka odašiljanja?

Rješenje:

$$\begin{aligned}v &= 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\t &= 20 \text{ min} \\t &= 20 \cdot 60 = 1200 \text{ s} \\s &= v \cdot t \\s &= 3 \cdot 10^8 \cdot 1200 \\s &= 3 \cdot 1200 \cdot 10^8 \\s &= 3600 \cdot 10^8 \\s &= 3.6 \cdot 10^{11} \text{ m}\end{aligned}$$

Odgovor: $3.6 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Formule koje se koriste:

$$z = x + iy$$

$$\operatorname{Re} z = x$$

$$\operatorname{Im} z = y$$

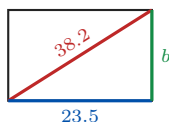
$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Detaljni postupak:

1. Kompleksni broj najprije zapisati u obliku $x + iy$.
2. Posebno zbrojiti ili izdvojiti realni dio, a posebno imaginarni dio.
3. Ako se traži kvadrant, gledati predznake: x određuje lijevo/desno, a y gore/dolje.
4. Ako se traži trigonometrijski oblik, izračunati modul i argument pa zapisati $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$.

Zadatak 11

Tekst zadatka: Duljina je jedne stranice pravokutnika 23.5 cm, a duljina je dijagonale 38.2 cm. Kolika je duljina druge stranice toga pravokutnika?



Rješenje:

$$\begin{aligned}d^2 &= a^2 + b^2 \\b^2 &= d^2 - a^2 \\b^2 &= 38.2^2 - 23.5^2 \\b^2 &= 1459.24 - 552.25 \\b^2 &= 906.99 \\b &= \sqrt{906.99} \\b &\approx 30.116 \text{ cm}\end{aligned}$$

Odgovor: 30.1 cm

Formule koje se koriste:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^x = b \Rightarrow x = \log_a b$$

$$y = y_0 q^t$$

Detaljni postupak:

1. Sve potencije pokušati zapisati s istom bazom.
2. Ako se pojavi ista potencija, izlučiti je kao zajednički faktor.
3. Kod eksponencijalnog modela postaviti jednadžbu iz teksta.
4. Ako eksponent nije očit, primijeniti logaritmiranje i izračunati nepoznicu.

Zadatak 12

Tekst zadatka: Izrazite C iz formule $A = 5B(C^3 - D)$.

Rješenje:

$$\begin{aligned}A &= 5B(C^3 - D) \\\frac{A}{5B} &= C^3 - D \\\frac{A}{5B} + D &= C^3 \\C^3 &= \frac{A}{5B} + D \\C &= \sqrt[3]{\frac{A}{5B} + D}\end{aligned}$$

Odgovor: $C = \sqrt[3]{\frac{A}{5B} + D}$

Formule koje se koriste:

postavi jednadžbu iz uvjeta

sredi obje strane

izoliraj nepoznicu

provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

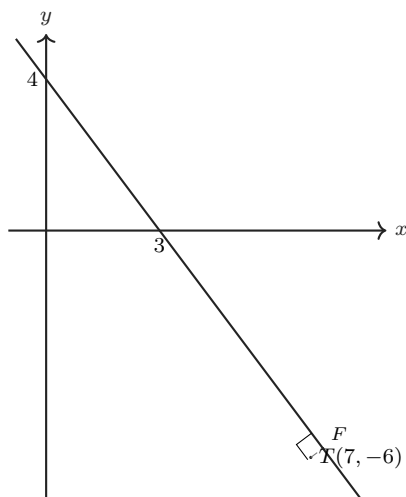
1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 26

Tekst zadatka: Kolika je udaljenost točke $T(7, -6)$ i pravca

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$$

u koordinatnome sustavu?



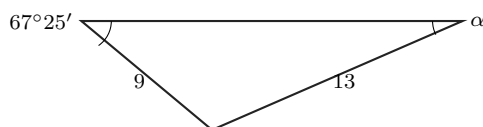
Rješenje:

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} + \frac{y}{4} &= 1 \\ 12 \left(\frac{x}{3} + \frac{y}{4} \right) &= 12 \\ 4x + 3y &= 12 \\ 4x + 3y - 12 &= 0 \\ A = 4, \quad B = 3, \quad C &= -12 \\ T(x_0, y_0) &= (7, -6) \\ d &= \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ d &= \frac{|4 \cdot 7 + 3 \cdot (-6) - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \\ d &= \frac{|28 - 18 - 12|}{\sqrt{16 + 9}} \\ d &= \frac{|-2|}{5} \\ d &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

Odgovor: $\frac{2}{5}$

Zadatak 27

Tekst zadatka: Kolika je mjera kuta α u trokutu prikazanom na skici?



Rješenje:

$$\begin{aligned}\frac{13}{\sin 67^\circ 25'} &= \frac{9}{\sin \alpha} \\ 13 \sin \alpha &= 9 \sin 67^\circ 25' \\ \sin \alpha &= \frac{9 \sin 67^\circ 25'}{13} \\ \alpha &= \arcsin \left(\frac{9 \sin 67^\circ 25'}{13} \right) \\ \alpha &\approx 39.73^\circ \\ \alpha &\approx 39^\circ 44'\end{aligned}$$

Odgovor: $\alpha \approx 39^\circ 44'$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}y &= kx + l \\ k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ Ax + By + C &= 0 \text{ ili } y = kx + l \\ d &= \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Pravac po potrebi prebaciti u oblik $Ax + By + C = 0$ ili $y = kx + l$.
2. Za udaljenost točke od pravca uvrstiti koordinate točke u formulu s apsolutnom vrijednošću.
3. Za sjecišta s osima uvrstiti $y = 0$, odnosno $x = 0$.
4. Kod okomitih pravaca koristiti uvjet $k_1 k_2 = -1$.

Formule koje se koriste:

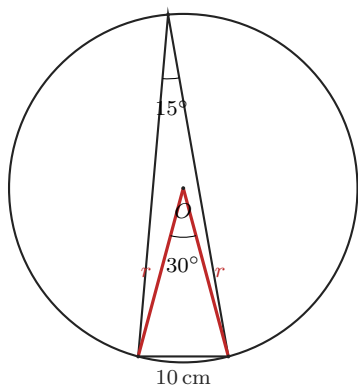
$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= c^2 \\ P_{\Delta} &= \frac{ah_a}{2} \\ P_{trapez} &= \frac{a+c}{2} h \\ \frac{a}{\sin \alpha} &= \frac{b}{\sin \beta}\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Na skici označiti zadane duljine i kutove te izdvojiti traženu veličinu.
2. Ako postoji pravokutni trokut, primijeniti Pitagorin poučak ili trigonometrijske omjere.
3. Kod općih trokuta koristiti sinusni ili kosinusni poučak.
4. Kod površina paziti koja je osnovica i koja joj je odgovarajuća visina.

Zadatak 34

Tekst zadatka: Koliki je polumjer kružnice ako je nad njezinom tetivom duljine 10 cm obodni kut mjere 15° ?



Formule koje se koriste:

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\alpha_{\text{središnji}} = 2\alpha_{\text{obodni}}$$

$$c = 2r \sin \frac{\alpha}{2}$$

Detaljni postupak:

1. Iz teksta odrediti središte, polumjer ili uvjet dodira.
2. Ako kružnica dira os ili pravac, udaljenost središta od te osi/pravca jednaka je polumjeru.
3. Za tetivu i obodni kut koristiti vezu središnjeg i obodnog kuta.
4. Sve dobivene podatke uvrstiti u standardnu jednadžbu kružnice ili u traženu formulu.

Rješenje:

$$\begin{aligned} \text{obodni kut} &= 15^\circ \\ \text{središnji kut} &= 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ \\ \frac{10}{2} &= 5 \\ \sin 15^\circ &= \frac{5}{r} \\ r \sin 15^\circ &= 5 \\ r &= \frac{5}{\sin 15^\circ} \\ r &\approx 19.32 \text{ cm} \end{aligned}$$

Odgovor: 19.32 cm

Zadatak 35

Tekst zadatka: Koja je od navedenih tvrdnji istinita?

- A. $-1.5 \in \mathbb{Z}$
- B. $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$
- C. $\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$
- D. $\pi \in \mathbb{N}$

Rješenje:

$$\begin{aligned} -1.5 &\notin \mathbb{Z} \\ \sqrt{2} &\notin \mathbb{Q} \\ \frac{1}{2} &\in \mathbb{R} \\ \pi &\notin \mathbb{N} \end{aligned}$$

Odgovor: C. $\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$

Formule koje se koriste:

postavi jednadžbu iz uvjeta
sredi obje strane
izoliraj nepoznanicu
provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

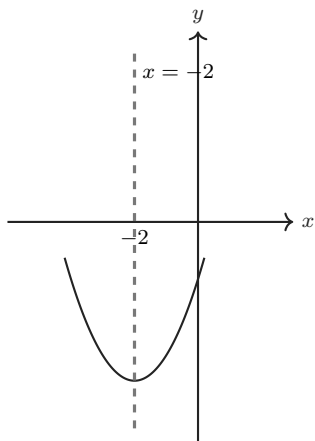
1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 40

Tekst zadatka: Zadana je kvadratna funkcija

$$f(x) = 3x^2 + 12x - 15.$$

Napišite jednadžbu osi simetrije grafa funkcije f .



Rješenje:

$$f(x) = 3x^2 + 12x - 15$$

$$a = 3$$

$$b = 12$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$x_0 = -\frac{12}{2 \cdot 3}$$

$$x_0 = -\frac{12}{6}$$

$$x_0 = -2$$

Odgovor: $x = -2$

Formule koje se koriste:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

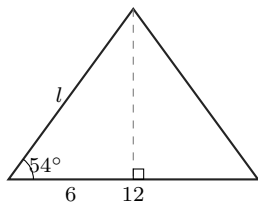
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati koeficijente a, b, c kvadratne funkcije ili jednadžbe.
2. Za os simetrije koristiti $x = x_0$, gdje je $x_0 = -b/(2a)$.
3. Za nultočke izračunati diskriminantu i primijeniti kvadratnu formulu.
4. Za predznak kvadratne funkcije koristiti položaj parabole i interval između nultočaka.

Zadatak 45

Tekst zadatka: Kolika je duljina kraka jednakokravnoga trokuta kojemu je osnovica duljine 12 cm, a kut uz osnovicu mjere 54° ?



Rješenje:

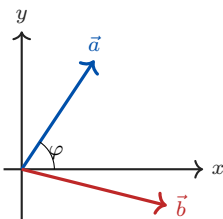
$$\begin{aligned}\frac{12}{2} &= 6 \\ \cos 54^\circ &= \frac{6}{l} \\ l \cos 54^\circ &= 6 \\ l &= \frac{6}{\cos 54^\circ} \\ l &\approx 10.21 \text{ cm}\end{aligned}$$

Odgovor: 10.2 cm

Zadatak 46

Tekst zadatka: Kolika je mjera kuta između vektora

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \quad \text{i} \quad \vec{b} = 4\vec{i} - \vec{j}?$$



Rješenje:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (2, 3), \quad \vec{b} = (4, -1) \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= 2 \cdot 4 + 3 \cdot (-1) \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= 8 - 3 = 5 \\ |\vec{a}| &= \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \\ |\vec{b}| &= \sqrt{4^2 + (-1)^2} = \sqrt{17} \\ \cos \varphi &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \\ \cos \varphi &= \frac{5}{\sqrt{13}\sqrt{17}} \\ \varphi &= \arccos \frac{5}{\sqrt{221}} \\ \varphi &\approx 70.346^\circ \approx 70^\circ 20' 46''\end{aligned}$$

Odgovor: 70°20'46''

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= c^2 \\ P_\Delta &= \frac{ah_a}{2} \\ P_{trapez} &= \frac{a+c}{2} h \\ \frac{a}{\sin \alpha} &= \frac{b}{\sin \beta}\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Na skici označiti zadane duljine i kutove te izdvojiti traženu veličinu.
2. Ako postoji pravokutni trokut, primijeniti Pitagorin poučak ili trigonometrijske omjere.
3. Kod općih trokuta koristiti sinusni ili kosinusni poučak.
4. Kod površina paziti koja je osnovica i koja joj je odgovarajuća visina.

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= a_x b_x + a_y b_y \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi \\ |\vec{a}| &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \\ |\vec{a} \pm \vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 \pm 2\vec{a}\vec{b} + |\vec{b}|^2\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Vektore zapisati preko komponenti ili preko njihovih duljina i kuta.
2. Za skalarni umnožak množiti odgovarajuće komponente i zbrojiti.
3. Za kut koristiti formulu s kosinusom te na kraju izračunati φ .
4. Za duljinu zbroja ili razlike najprije kvadrirati izraz, a zatim izvaditi korijen.

Zadatak 52

Tekst zadatka: Za koju vrijednost realnoga broja p vrijedi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 5pn^7}{4n^7 - 3} = 4?$$

Rješenje:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 5pn^7}{4n^7 - 3} = 4$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^7} + 5p}{4 - \frac{3}{n^7}} = 4$$

$$\frac{5p}{4} = 4$$

$$5p = 16$$

$$p = \frac{16}{5}$$

Odgovor: $\frac{16}{5}$

Formule koje se koriste:

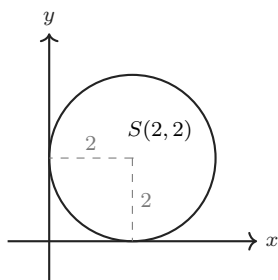
postavi jednadžbu iz uvjeta
sredi obje strane
izoliraj nepoznanicu
provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 53

Tekst zadatka: Napišite jednadžbu neke kružnice polumjera 2 koja dira obje koordinatne osi.



Rješenje:

$$r = 2$$

$$S = (2, 2)$$

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

Odgovor: $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

Formule koje se koriste:

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\alpha_{središnji} = 2\alpha_{obodni}$$

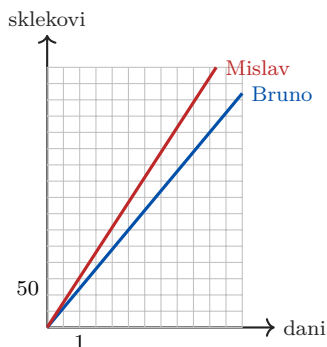
$$c = 2r \sin \frac{\alpha}{2}$$

Detaljni postupak:

1. Iz teksta odrediti središte, polumjer ili uvjet dodira.
2. Ako kružnica dira os ili pravac, udaljenost središta od te osi/pravca jednaka je polumjeru.
3. Za tetivu i obodni kut koristiti vezu središnjeg i obodnog kuta.
4. Sve dobivene podatke uvrstiti u standardnu jednadžbu kružnice ili u traženu formulu.

Zadatak 59

Tekst zadatka: U koordinatnome sustavu prikazan je ukupni broj sklekova koje su Bruno i Mislav napravili od početka vježbanja ovisno o broju dana vježbanja. Nakon koliko je dana vježbe Mislav napravio 270 sklekova više od Bruna?



Rješenje:

$$\begin{aligned} B(x) &= 60x \\ M(x) &= 75x \\ M(x) - B(x) &= 270 \\ 75x - 60x &= 270 \\ 15x &= 270 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

Odgovor: 18 dana

Zadatak 60

Tekst zadatka: Koliki je postotak alkohola u sredstvu za dezinfekciju koje se dobije miješanjem 1.5 litre 60%-tnoga alkohola s 2.5 litre 80%-tnoga alkohola?

Rješenje:

$$\begin{aligned} V_1 &= 1.5 \text{ L}, & p_1 &= 60\% \\ V_2 &= 2.5 \text{ L}, & p_2 &= 80\% \\ V &= 1.5 + 2.5 = 4 \text{ L} \\ V_{alk} &= 1.5 \cdot 0.60 + 2.5 \cdot 0.80 \\ V_{alk} &= 0.90 + 2.00 \\ V_{alk} &= 2.90 \text{ L} \\ p &= \frac{2.90}{4} \cdot 100\% \\ p &= 72.5\% \end{aligned}$$

Odgovor: 72.5%

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} y &= kx + l \\ k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ Ax + By + C &= 0 \\ d &= \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Pravac po potrebi prebaciti u oblik $Ax + By + C = 0$ ili $y = kx + l$.
2. Za udaljenost točke od pravca uvrstiti koordinate točke u formulu s apsolutnom vrijednošću.
3. Za sjecišta s osima uvrstiti $y = 0$, odnosno $x = 0$.
4. Kod okomitih pravaca koristiti uvjet $k_1 k_2 = -1$.

Formule koje se koriste:

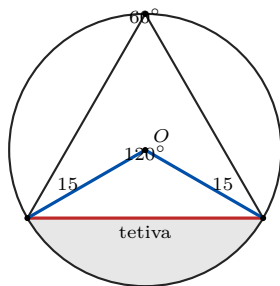
$$\begin{aligned} p\% &= \frac{p}{100} \\ N &= S \left(1 - \frac{p}{100} \right) \\ U &= S \left(1 + \frac{p}{100} \right) \\ \text{udio} &= \frac{\text{dio}}{\text{cjelina}} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Postotke odmah pretvoriti u decimalne brojeve.
2. Za popust množiti početnu vrijednost faktorom $1 - p/100$; za povećanje faktorom $1 + p/100$.
3. Kod smjese posebno računati količinu tvari i ukupnu količinu smjese.
4. Na kraju provjeriti je li dobivena vrijednost postotak, cijena, volumen ili vrijeme.

Zadatak 65

Tekst zadatka: Mjera obodnoga kuta nad tetivom kružnice polumjera 15 cm iznosi 60° . Kolika je površina manjeg kružnog odsječka koji odsijeca ta tetiva?



Formule koje se koriste:

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\alpha_{središnji} = 2\alpha_{obodni}$$

$$c = 2r \sin \frac{\alpha}{2}$$

Detaljni postupak:

1. Iz teksta odrediti središte, polumjer ili uvjet dodira.
2. Ako kružnica dira os ili pravac, udaljenost središta od te osi/pravca jednaka je polumjeru.
3. Za tetivu i obodni kut koristiti vezu središnjeg i obodnog kuta.
4. Sve dobivene podatke uvrstiti u standardnu jednadžbu kružnice ili u traženu formulu.

Rješenje:

$$\begin{aligned}\varphi_{obodni} &= 60^\circ \\ \varphi_{središnji} &= 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ \\ r &= 15 \text{ cm} \\ P_{isječka} &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot r^2 \pi \\ P_{isječka} &= \frac{120}{360} \cdot 15^2 \pi \\ P_{isječka} &= 75\pi \\ P_{\Delta} &= \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 15 \cdot \sin 120^\circ \\ P_{\Delta} &= 112.5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ P_{\Delta} &= 56.25\sqrt{3} \\ P_{odsječka} &= 75\pi - 56.25\sqrt{3} \\ P_{odsječka} &\approx 138.19 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Odgovor: 138.19 cm^2

Zadatak 66

Tekst zadatka: Riješite sustav jednadžba

$$\begin{cases} \frac{x+y}{3} - 2x = 3, \\ y - x = \frac{1}{2}x + 2. \end{cases}$$

Rješenje:

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{3} - 2x &= 3 \quad / \cdot 3 \\ x + y - 6x &= 9 \\ -5x + y &= 9 \\ y - x &= \frac{1}{2}x + 2 \quad / \cdot 2 \\ 2y - 2x &= x + 4 \\ -3x + 2y &= 4 \\ -5x + y &= 9 \quad / \cdot (-2) \\ -3x + 2y &= 4 \\ 10x - 2y &= -18 \\ -3x + 2y &= 4 \\ \hline 7x &= -14 \\ x &= -2 \\ -5(-2) + y &= 9 \\ 10 + y &= 9 \\ y &= -1\end{aligned}$$

Odgovor: $(-2, -1)$

Formule koje se koriste:

postavi jednadžbu iz uvjeta

sredi obje strane

izoliraj nepoznanicu

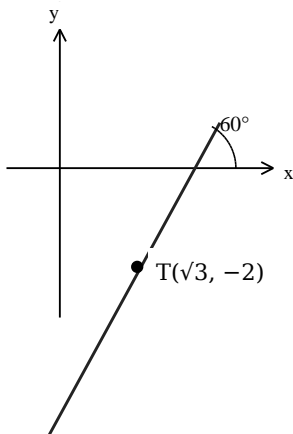
provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 72

Tekst zadatka: Koja je jednačba pravca koji prolazi točkom $T(\sqrt{3}, -2)$, a s osi x zatvara kut 60° ?



Rješenje:

$$\begin{aligned}k &= \tan 60^\circ = \sqrt{3} \\y - y_0 &= k(x - x_0) \\y - (-2) &= \sqrt{3}(x - \sqrt{3}) \\y + 2 &= \sqrt{3}x - 3 \\y &= \sqrt{3}x - 5\end{aligned}$$

Odgovor: $y = \sqrt{3}x - 5$

Formule koje se koriste:

postavi jednačbu iz uvjeta
sredi obje strane
izoliraj nepoznanicu
provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednačbu ili sustav jednačbi.
3. Jednačbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 73

Tekst zadatka: Odredite $x \in (0, \pi)$ za koji su

$$\frac{1}{\tan x}, \quad \frac{1}{\sin x}, \quad \tan x$$

uzastopni članovi aritmetičkoga niza.

Rješenje:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sin x} &= \frac{1}{\tan x} + \tan x \\ \frac{2}{\sin x} &= \frac{1}{\cos x} + \tan x \\ \frac{2}{\sin x} &= \frac{1}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} \\ 2 \cos x &= \cos^2 x + \sin^2 x \\ 2 \cos x &= 1 \\ \cos x &= \frac{1}{2} \\ x &\in (0, \pi) \\ x &= \frac{\pi}{3}\end{aligned}$$

Odgovor: $\frac{\pi}{3}$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n - 1)d \\ S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ a_m - a_n &= (m - n)d\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti prvi član a_1 , razliku d i redni broj člana koji se traži.
2. Ako su zadana dva člana, napisati dvije jednačbe pomoću formule za a_n .
3. Izračunati nepoznate a_1 i d , pa uvrstiti u traženi član ili zbroj.
4. Kod zbroja provjeriti koliko članova zaista ulazi u traženi niz.

Zadatak 81**Tekst zadatka:** Zadan je aritmetički niz 97, 93, 89, 85, ... Odredite 15. član toga niza.**Rješenje:**

$$\begin{aligned}
a_1 &= 97 \\
d &= 93 - 97 = -4 \\
a_{15} &= a_1 + (15 - 1)d \\
a_{15} &= 97 + 14 \cdot (-4) \\
a_{15} &= 97 - 56 \\
a_{15} &= 41
\end{aligned}$$

Odgovor: 41**Formule koje se koriste:**

$$\begin{aligned}
a_n &= a_1 + (n - 1)d \\
S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\
a_m - a_n &= (m - n)d
\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti prvi član a_1 , razliku d i redni broj člana koji se traži.
2. Ako su zadana dva člana, napisati dvije jednadžbe pomoću formule za a_n .
3. Izračunati nepoznate a_1 i d , pa uvrstiti u traženi član ili zbroj.
4. Kod zbroja provjeriti koliko članova zaista ulazi u traženi niz.

Zadatak 82**Tekst zadatka:** Zadan je aritmetički niz 97, 93, 89, 85, ... Odredite zbroj pozitivnih članova toga niza.**Rješenje:**

$$\begin{aligned}
a_1 &= 97, & d &= -4 \\
a_n &= 97 + (n - 1)(-4) \\
a_n &= 101 - 4n \\
a_n &> 0 \\
101 - 4n &> 0 \\
n &< 25.25
\end{aligned}$$

pozitivni su članovi do $n = 25$

$$\begin{aligned}
a_{25} &= 97 + 24 \cdot (-4) \\
a_{25} &= 1 \\
S_{25} &= \frac{25}{2}(97 + 1) \\
S_{25} &= \frac{25}{2} \cdot 98 \\
S_{25} &= 1225
\end{aligned}$$

Odgovor: 1225**Formule koje se koriste:**

$$\begin{aligned}
a_n &= a_1 + (n - 1)d \\
S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\
a_m - a_n &= (m - n)d
\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti prvi član a_1 , razliku d i redni broj člana koji se traži.
2. Ako su zadana dva člana, napisati dvije jednadžbe pomoću formule za a_n .
3. Izračunati nepoznate a_1 i d , pa uvrstiti u traženi član ili zbroj.
4. Kod zbroja provjeriti koliko članova zaista ulazi u traženi niz.

Zadatak 83**Tekst zadatka:** Čemu je jednak do kraja pojednostavljen izraz

$$\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} - 1$$

za sve x za koje je definiran?**Rješenje:**

$$\begin{aligned}
\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} - 1 &= \frac{\cos^2 x - (1 - \sin x)}{1 - \sin x} \\
&= \frac{\cos^2 x - 1 + \sin x}{1 - \sin x} \\
&= \frac{(1 - \sin^2 x) - 1 + \sin x}{1 - \sin x} \\
&= \frac{-\sin^2 x + \sin x}{1 - \sin x} \\
&= \frac{\sin x(1 - \sin x)}{1 - \sin x} \\
&= \sin x
\end{aligned}$$

Odgovor: $\sin x$ **Formule koje se koriste:**

postavi jednadžbu iz uvjeta sredi obje strane izoliraj nepoznanicu provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 84**Tekst zadatka:** Na bačvi se nalaze dva otvora A i B . Ako se puna bačva prazni samo kroz otvor A , potrebno je 12 minuta da se isprazni, a ako se prazni samo kroz otvor B , potrebno je 6 minuta. Za koliko će se vremena isprazniti puna bačva ako se istodobno otvore oba otvora?**Rješenje:**

$$\begin{aligned}
\text{otvor } A &: \frac{1}{12} \text{ bačve u minuti} \\
\text{otvor } B &: \frac{1}{6} \text{ bačve u minuti} \\
\text{zajedno} &: \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \\
&= \frac{1}{12} + \frac{2}{12} \\
&= \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \\
\frac{1}{4}t &= 1 \\
t &= 4
\end{aligned}$$

Odgovor: 4 min**Formule koje se koriste:**

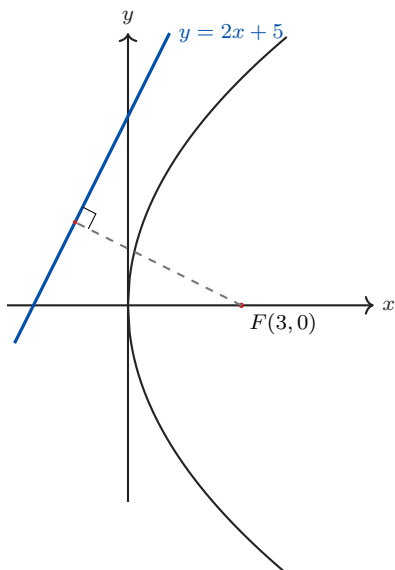
$$\begin{aligned}
s &= v \cdot t \\
1 \text{ min} &= 60 \text{ s} \\
1 \text{ h} &= 60 \text{ min} \\
\text{rad} &= \frac{\text{cjelina}}{\text{vrijeme}}
\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Sve vremenske jedinice pretvoriti u iste jedinice.
2. Odrediti vezu između puta, brzine i vremena ili između rada i vremena.
3. Postaviti jednadžbu prema uvjetu iz teksta.
4. Rješenje vratiti u jedinicu koja se traži u zadatku.

Zadatak 91

Tekst zadatka: Parabola je zadana jednadžbom $y^2 = 12x$. Kolika je udaljenost fokusa te parabole od pravca $y = 2x + 5$?



Formule koje se koriste:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$
$$D = b^2 - 4ac$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati koeficijente a, b, c kvadratne funkcije ili jednadžbe.
2. Za os simetrije koristiti $x = x_0$, gdje je $x_0 = -b/(2a)$.
3. Za nultočke izračunati diskriminantu i primijeniti kvadratnu formulu.
4. Za predznak kvadratne funkcije koristiti položaj parabole i interval između nultočaka.

Rješenje:

$$y^2 = 12x$$
$$y^2 = 4px$$
$$4p = 12$$
$$p = 3$$
$$F = (3, 0)$$
$$y = 2x + 5$$
$$2x - y + 5 = 0$$
$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$
$$d = \frac{|2 \cdot 3 + (-1) \cdot 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$
$$d = \frac{11}{\sqrt{5}}$$
$$d = \frac{11\sqrt{5}}{5}$$

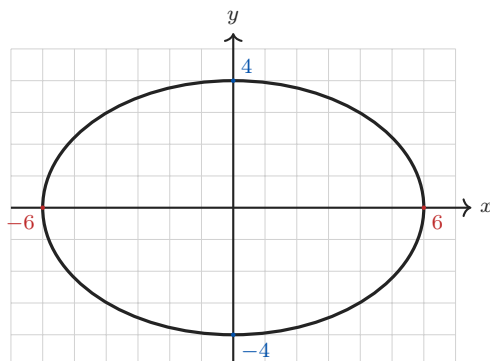
Odgovor:

$$\frac{11\sqrt{5}}{5}$$

Zadatak 92

Tekst zadatka: U zadanome koordinatnom sustavu nacrtajte krivulju zadanu jednadžbom

$$4x^2 + 9y^2 = 144.$$



Rješenje:

$$4x^2 + 9y^2 = 144 \quad / : 144$$
$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$$
$$a^2 = 36, \quad b^2 = 16$$
$$a = 6, \quad b = 4$$

Odgovor:

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Formule koje se koriste:

$$y = kx + l$$
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$Ax + By + C = 0$$
$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Detaljni postupak:

1. Pravac po potrebi prebaciti u oblik $Ax + By + C = 0$ ili $y = kx + l$.
2. Za udaljenost točke od pravca uvrstiti koordinate točke u formulu s apsolutnom vrijednošću.
3. Za sjecišta s osima uvrstiti $y = 0$, odnosno $x = 0$.
4. Kod okomitih pravaca koristiti uvjet $k_1 k_2 = -1$.

Zadatak 98

Tekst zadatka: Odredite derivaciju funkcije

$$f(x) = (2x + 3)(x^2 - 1).$$

Rješenje:

$$f'(x) = (2x + 3)'(x^2 - 1) + (2x + 3)(x^2 - 1)'$$

$$f'(x) = 2(x^2 - 1) + (2x + 3) \cdot 2x$$

$$f'(x) = 2x^2 - 2 + 4x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 2$$

Odgovor: $6x^2 + 6x - 2$

Formule koje se koriste:

$$k = f'(x_0)$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Detaljni postupak:

1. Najprije odrediti derivaciju zadane funkcije.
2. Koeficijent smjera tangente jednak je vrijednosti derivacije u točki.
3. Ako je zadan kut, koristiti $k = \tan \alpha$.
4. Uvrstiti uvjet zadatka i izračunati koordinatu ili jednadžbu tangente.

Zadatak 99

Tekst zadatka: Izračunajte koeficijent smjera tangente na graf funkcije

$$f(x) = \frac{10}{x}$$

u točki (5, 2).

Rješenje:

$$k = f'(x_0)$$

$$f(x) = 10x^{-1}$$

$$f'(x) = -10x^{-2}$$

$$f'(x) = -\frac{10}{x^2}$$

$$k = f'(5)$$

$$k = -\frac{10}{5^2}$$

$$k = -\frac{10}{25}$$

$$k = -\frac{2}{5}$$

Odgovor: $-\frac{2}{5}$

Formule koje se koriste:

$$k = f'(x_0)$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Detaljni postupak:

1. Najprije odrediti derivaciju zadane funkcije.
2. Koeficijent smjera tangente jednak je vrijednosti derivacije u točki.
3. Ako je zadan kut, koristiti $k = \tan \alpha$.
4. Uvrstiti uvjet zadatka i izračunati koordinatu ili jednadžbu tangente.

Zadatak 100

Tekst zadatka: Zadan je broj

$$a = 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7! \cdot 8! \cdot 9! \cdot 10!.$$

S koliko nula završava broj a ?

Rješenje:

$$\begin{aligned} \text{broj nula} &= \text{broj faktora } 10 \\ &= \text{broj faktora } 5 \end{aligned}$$

$$5! \Rightarrow 1$$

$$6! \Rightarrow 1$$

$$7! \Rightarrow 1 \quad N = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2$$

$$8! \Rightarrow 1 \quad N = 7$$

$$9! \Rightarrow 1$$

$$10! \Rightarrow 2$$

Odgovor: 7

Formule koje se koriste:

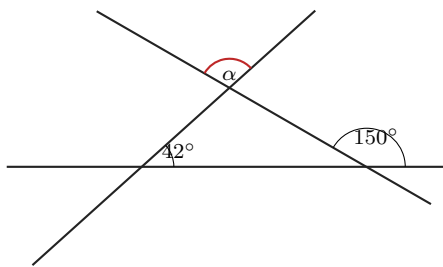
postavi jednadžbu iz uvjeta
sredi obje strane
izoliraj nepoznanicu
provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 107

Tekst zadatka: Odredite mjeru kuta α prikazanoga na skici.



Rješenje:

$$\begin{aligned} \text{kut jedne kosine s pravcem} &= 42^\circ \\ \text{kut druge kosine s pravcem} &= 150^\circ \\ \alpha &= 150^\circ - 42^\circ \\ \alpha &= 108^\circ \end{aligned}$$

Odgovor: 108°

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= a^{m+n} \\ (a^m)^n &= a^{mn} \\ a^x = b &\Rightarrow x = \log_a b \\ y &= y_0 q^t \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Sve potencije pokušati zapisati s istom bazom.
2. Ako se pojavi ista potencija, izlučiti je kao zajednički faktor.
3. Kod eksponencijalnog modela postaviti jednadžbu iz teksta.
4. Ako eksponent nije očit, primijeniti logaritmiranje i izračunati nepoznanicu.

Zadatak 108

Tekst zadatka: Riješite sustav jednadžba

$$\begin{cases} 3x + 4y - 5 = 0, \\ x - 3 = 4y. \end{cases}$$

Rješenje:

$$\begin{aligned} x - 3 &= 4y \\ x &= 4y + 3 \\ 3x + 4y - 5 &= 0 \\ 3(4y + 3) + 4y - 5 &= 0 \\ 12y + 9 + 4y - 5 &= 0 \\ 16y + 4 &= 0 \\ 16y &= -4 \\ y &= -\frac{1}{4} \\ x &= 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + 3 \\ x &= -1 + 3 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Odgovor: $x = 2, y = -\frac{1}{4}$

Formule koje se koriste:

postavi jednadžbu iz uvjeta
sredi obje strane
izoliraj nepoznanicu
provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 109

Tekst zadatka: Odredite broj koji je za 172 manji od trostruke vrijednosti toga broja.

Rješenje:

$$\begin{aligned} x &= 3x - 172 \\ x - 3x &= -172 \\ -2x &= -172 \\ x &= 86 \end{aligned}$$

Odgovor: 86

Formule koje se koriste:

postavi jednadžbu iz uvjeta
sredi obje strane
izoliraj nepoznanicu
provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

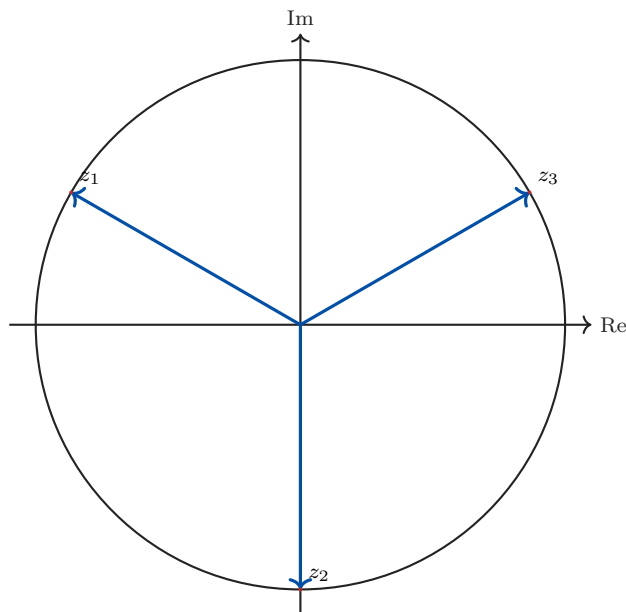
1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 115

Tekst zadatka: Kompleksni broj $z_1 = -5\sqrt{3} + 5i$ jedno je rješenje jednadžbe $z^3 = w$, gdje je w kompleksni broj. Napišite preostala dva rješenja te jednadžbe.

Rješenje:

$$\begin{aligned}z_1 &= -5\sqrt{3} + 5i \\|z_1| &= \sqrt{(-5\sqrt{3})^2 + 5^2} = \sqrt{75 + 25} = 10 \\ \varphi_1 &= 150^\circ = \frac{5\pi}{6} \\ z_1 &= 10 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) \\ z_2 &= 10 \left(\cos \left(\frac{5\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} \right) \right) \\ z_2 &= 10 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -10i \\ z_3 &= 10 \left(\cos \left(\frac{5\pi}{6} + \frac{4\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{5\pi}{6} + \frac{4\pi}{3} \right) \right) \\ z_3 &= 10 \left(\cos \frac{13\pi}{6} + i \sin \frac{13\pi}{6} \right) = 5\sqrt{3} + 5i\end{aligned}$$



Odgovor: $z_2 = -10i, \quad z_3 = 5\sqrt{3} + 5i$

Zadatak 116

Tekst zadatka: Za rješenja x_1, x_2 kvadratne jednadžbe

$$x^2 - kx + k - 3 = 0$$

vrijedi $x_1^2 + x_2^2 = 14$. Odredite vrijednosti realnoga broja k .

Rješenje:

$$\begin{aligned}x^2 - kx + k - 3 &= 0 \\ a &= 1, \quad b = -k, \quad c = k - 3 \\ x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} = k \\ x_1 x_2 &= \frac{c}{a} = k - 3 \\ x_1^2 + x_2^2 &= 14 \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 &= 14 \\ k^2 - 2(k - 3) &= 14 \\ k^2 - 2k + 6 &= 14 \\ k^2 - 2k - 8 &= 0 \\ (k - 4)(k + 2) &= 0 \\ k &= 4 \quad \text{ili} \quad k = -2\end{aligned}$$

Odgovor: $k \in \{-2, 4\}$

Formule koje se koriste:

$$z = x + iy$$

$$\operatorname{Re} z = x$$

$$\operatorname{Im} z = y$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Detaljni postupak:

1. Kompleksni broj najprije zapisati u obliku $x + iy$.
2. Posebno zbrojiti ili izdvojiti realni dio, a posebno imaginarni dio.
3. Ako se traži kvadrant, gledati predznake: x određuje lijevo/desno, a y gore/dolje.
4. Ako se traži trigonometrijski oblik, izračunati modul i argument pa zapisati $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$.

Formule koje se koriste:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

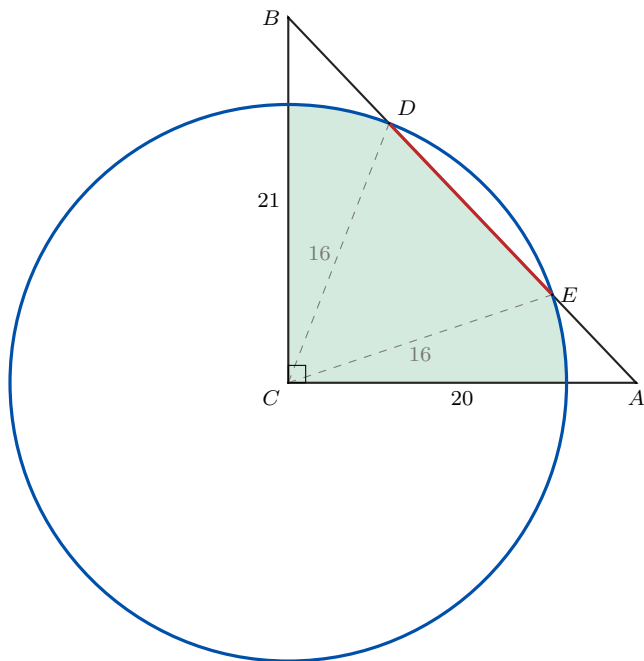
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati koeficijente a, b, c kvadratne funkcije ili jednadžbe.
2. Za os simetrije koristiti $x = x_0$, gdje je $x_0 = -b/(2a)$.
3. Za nultočke izračunati diskriminantu i primijeniti kvadratnu formulu.
4. Za predznak kvadratne funkcije koristiti položaj parabole i interval između nultočaka.

Zadatak 120

Tekst zadatka: Zadan je pravokutan trokut s katetama duljina 20 cm i 21 cm. Koliki je postotak površine trokuta prekriven krugom kojemu je središte u vrhu pravoga kuta toga trokuta i kojemu je poluprijer 16 cm?



Formule koje se koriste:

$$p\% = \frac{p}{100}$$

$$N = S \left(1 - \frac{p}{100} \right)$$

$$U = S \left(1 + \frac{p}{100} \right)$$

$$\text{udio} = \frac{\text{dio}}{\text{cjelina}}$$

Detaljni postupak:

1. Postotke odmah pretvoriti u decimalne brojeve.
2. Za popust množiti početnu vrijednost faktorom $1 - p/100$; za povećanje faktorom $1 + p/100$.
3. Kod smjese posebno računati količinu tvari i ukupnu količinu smjese.
4. Na kraju provjeriti je li dobivena vrijednost postotak, cijena, volumen ili vrijeme.

Rješenje:

$$P_{\Delta} = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210 \text{ cm}^2$$

$$\text{hipotenuza: } \frac{x}{20} + \frac{y}{21} = 1$$

$$21x + 20y - 420 = 0$$

$$d = \frac{|21 \cdot 0 + 20 \cdot 0 - 420|}{\sqrt{21^2 + 20^2}}$$

$$d = \frac{420}{29}$$

$$P_{\text{četvrtina kruga}} = \frac{16^2 \pi}{4} = 64\pi$$

$$P_{\text{odsječak}} = r^2 \arccos \frac{d}{r} - d \sqrt{r^2 - d^2}$$

$$= 16^2 \arccos \frac{105}{116} - \frac{420}{29} \sqrt{16^2 - \left(\frac{420}{29} \right)^2}$$

$$\approx 13.89 \text{ cm}^2$$

$$P_{\text{prekriveno}} = 64\pi - 13.89$$

$$P_{\text{prekriveno}} \approx 187.17 \text{ cm}^2$$

$$\text{postotak} = \frac{187.17}{210} \cdot 100\%$$

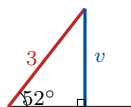
$$\text{postotak} \approx 89.13\%$$

Odgovor: 89.13%

Zadatak 121

Tekst zadatka: Duljina je stranice romba 3 cm, a mjera šiljastoga kuta je 52° . Koliko iznosi duljina visine toga romba?

- A. 1.85 cm
- B. 1.92 cm
- C. 2.36 cm
- D. 2.60 cm



Rješenje:

$$\sin 52^\circ = \frac{v}{3}$$

$$v = 3 \sin 52^\circ$$

$$v \approx 3 \cdot 0.7880$$

$$v \approx 2.36 \text{ cm}$$

Odgovor: C. 2.36 cm

Formule koje se koriste:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\text{tg } x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$T_{\sin, \cos} = \frac{2\pi}{|B|}$$

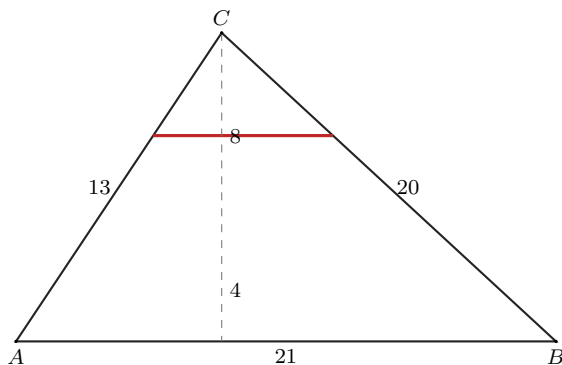
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati koju trigonometrijsku funkciju i koji kut treba promatrati.
2. Pomoću identiteta svesti izraz na jednu trigonometrijsku funkciju kad je moguće.
3. Riješiti osnovnu trigonometrijsku jednadžbu na jediničnoj kružnici.
4. Dodati periodičnost i posebno paziti na zadani interval rješenja.

Zadatak 127

Tekst zadatka: Trokut ABC sa stranicama duljina 13 cm, 20 cm i 21 cm presječen je pravcem koji je paralelan s najduljom stranicom i od nje je udaljen 4 cm. U kojem su omjeru površine likova na koje taj pravac dijeli trokut?



Rješenje:

$$\begin{aligned} s &= \frac{13 + 20 + 21}{2} = 27 \\ P_{ABC} &= \sqrt{27(27-13)(27-20)(27-21)} \\ P_{ABC} &= \sqrt{27 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 6} = 126 \text{ cm}^2 \\ v &= \frac{2P_{ABC}}{21} = \frac{252}{21} = 12 \text{ cm} \\ \text{visina manjega trokuta} &= 12 - 4 = 8 \text{ cm} \\ k &= \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ P_{\text{mali}} &= k^2 P_{ABC} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 126 = 56 \\ P_{\text{trapez}} &= 126 - 56 = 70 \\ P_{\text{trapez}} : P_{\text{mali}} &= 70 : 56 = 5 : 4 \end{aligned}$$

Odgovor: $5 : 4$

Zadatak 128

Tekst zadatka: Zadana je racionalna funkcija $f(x) = \frac{ax}{bx+8}$. Izračunajte realne brojeve a i b ako je slika funkcije f skup $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. Funkcija f je rastuća na čitavome svojem području definicije i vrijedi $f'(20) = \frac{b}{10}$.

Rješenje:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax}{bx+8} &= \frac{a}{b} \\ \text{slika je } \mathbb{R} \setminus \{5\} &\Rightarrow \frac{a}{b} = 5 \\ a &= 5b \\ f'(x) &= \frac{a(bx+8) - abx}{(bx+8)^2} \\ f'(x) &= \frac{8a}{(bx+8)^2} \\ f'(20) &= \frac{b}{10} \\ \frac{8a}{(20b+8)^2} &= \frac{b}{10} \\ \frac{40b}{(20b+8)^2} &= \frac{b}{10} \\ (20b+8)^2 &= 400 \\ 20b+8 &= 20 \quad \text{ili} \quad 20b+8 = -20 \\ b &= \frac{3}{5} \quad \text{ili} \quad b = -\frac{7}{5} \\ \text{Funkcija je rastuća} &\Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow a > 0 \Rightarrow b > 0 \\ b &= \frac{3}{5} \\ a &= 5b = 3 \end{aligned}$$

Odgovor: $a = 3, b = \frac{3}{5}$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} a : b = m : n &\Rightarrow a = mk, b = nk \\ \frac{a}{b} &= \frac{m}{n} \\ \frac{P_2}{P_1} &= k^2 \\ \frac{V_2}{V_1} &= k^3 \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Zadani omjer pretvoriti u izraze s istim parametrom k .
2. Sve dodatne uvjete iz teksta zapisati kao jednadžbe.
3. Skratiti zajednički parametar i dobiti traženi omjer ili nepoznatu veličinu.
4. Kod geometrije paziti razlikuju li se omjeri duljina, površina ili volumena.

Formule koje se koriste:

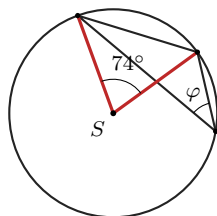
$$\begin{aligned} k &= f'(x_0) \\ (uv)' &= u'v + uv' \\ \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\ y - y_0 &= k(x - x_0) \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Najprije odrediti derivaciju zadane funkcije.
2. Koeficijent smjera tangente jednak je vrijednosti derivacije u točki.
3. Ako je zadan kut, koristiti $k = \tan \alpha$.
4. Uvrstiti uvjet zadatka i izračunati koordinatu ili jednadžbu tangente.

Zadatak 135

Tekst zadatka: Skica prikazuje kružnicu sa središtem u točki S . Odredite mjeru kuta φ .



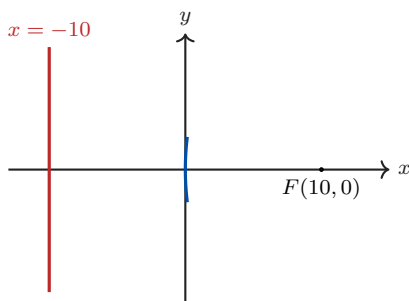
Rješenje:

$$\begin{aligned}\angle ASB &= 74^\circ \\ \varphi &= \frac{1}{2}\angle ASB \\ \varphi &= \frac{74^\circ}{2} \\ \varphi &= 37^\circ\end{aligned}$$

Odgovor: 37°

Zadatak 136

Tekst zadatka: Zapišite jednadžbu skupa svih točaka ravnine koje su jednako udaljene od točke $(10, 0)$ i pravca $x + 10 = 0$.



Rješenje:

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-10)^2 + y^2} &= |x+10| \\ (x-10)^2 + y^2 &= (x+10)^2 \\ x^2 - 20x + 100 + y^2 &= x^2 + 20x + 100 \\ y^2 &= 40x\end{aligned}$$

Odgovor: $y^2 = 40x$

Zadatak 137

Tekst zadatka: Zadana je hiperbola kojoj je točka $(\sqrt{3}, 0)$ tjeme i pravac s jednadžbom $y = -2x$ asimptota. Odredite nepoznatu koordinatu točke $(x, 4)$ koja se nalazi na toj hiperboli.

Rješenje:

$$\begin{aligned}\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} &= 1 \\ a &= \sqrt{3} \\ \frac{b}{a} &= 2 \\ b &= 2\sqrt{3} \\ \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{12} &= 1 \\ y &= 4 \\ \frac{x^2}{3} - \frac{16}{12} &= 1 \\ \frac{x^2}{3} - \frac{4}{3} &= 1 \\ \frac{x^2}{3} &= \frac{7}{3} \\ x^2 &= 7 \\ x &= \pm\sqrt{7}\end{aligned}$$

Odgovor: $x = \pm\sqrt{7}$

Formule koje se koriste:

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\alpha_{središnji} = 2\alpha_{obodni}$$

$$c = 2r \sin \frac{\alpha}{2}$$

Detaljni postupak:

1. Iz teksta odrediti središte, polumjer ili uvjet dodira.
2. Ako kružnica dira os ili pravac, udaljenost središta od te osi/pravca jednaka je polumjeru.
3. Za tetivu i obodni kut koristiti vezu središnjeg i obodnog kuta.
4. Sve dobivene podatke uvrstiti u standardnu jednadžbu kružnice ili u traženu formulu.

Formule koje se koriste:

postavi jednadžbu iz uvjeta
sredi obje strane
izoliraj nepoznanicu
provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Formule koje se koriste:

$$z = x + iy$$

$$\operatorname{Re} z = x$$

$$\operatorname{Im} z = y$$

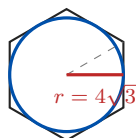
$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Detaljni postupak:

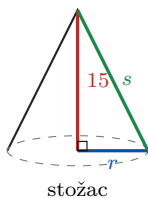
1. Kompleksni broj najprije zapisati u obliku $x + iy$.
2. Posebno zbrojiti ili izdvojiti realni dio, a posebno imaginarni dio.
3. Ako se traži kvadrant, gledati predznake: x određuje lijevo/desno, a y gore/dolje.
4. Ako se traži trigonometrijski oblik, izračunati modul i argument pa zapisati $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$.

Zadatak 144

Tekst zadatka: Duljina bočnoga brida pravilne uspravne šesterostrane prizme iznosi 15 cm, a volumen $1440\sqrt{3}$ cm³. Koliko iznosi oplošje uspravnoga stošca upisanoga u tu prizmu?



tlocrt baze



stožac

Rješenje:

$$\begin{aligned}V_{\text{prizme}} &= P_b \cdot h \\1440\sqrt{3} &= P_b \cdot 15 \\P_b &= 96\sqrt{3} \\P_b &= \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 \\96\sqrt{3} &= \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 \\a^2 &= 64 \\a &= 8 \\r &= \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \\s &= \sqrt{h^2 + r^2} \\s &= \sqrt{15^2 + (4\sqrt{3})^2} \\s &= \sqrt{225 + 48} = \sqrt{273} \\O &= r^2\pi + r\pi s \\O &= (4\sqrt{3})^2\pi + 4\sqrt{3}\pi\sqrt{273} \\O &= 48\pi + 12\pi\sqrt{91} \\O &= 12\pi(4 + \sqrt{91})\end{aligned}$$

Odgovor: $12\pi(4 + \sqrt{91})$ cm²

Zadatak 145

Tekst zadatka: Odredite $f(7x)$ ako je $f(x+2) = 5x - 1$.

Rješenje:

$$\begin{aligned}t &= x + 2 \\x &= t - 2 \\f(t) &= 5(t - 2) - 1 \\f(t) &= 5t - 10 - 1 \\f(t) &= 5t - 11 \\f(x) &= 5x - 11 \\f(7x) &= 5 \cdot 7x - 11 \\f(7x) &= 35x - 11\end{aligned}$$

Odgovor: $35x - 11$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}V_{\text{kvadar}} &= abc \\V_{\text{prizma}} &= B \cdot h \\V_{\text{piramida}} &= \frac{1}{3}Bh \\O_{\text{stožac}} &= r^2\pi + r\pi s\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati osnovicu tijela i izračunati njezinu površinu B .
2. Za prizmu množiti površinu baze i visinu, a za piramidu uzeti trećinu tog umnoška.
3. Ako se traži oplošje, posebno izračunati bazu i pobočje.
4. Kod prostornih zadataka često treba upotrijebiti Pitagorin poučak u pomoćnom trokutu.

Formule koje se koriste:

postavi jednadžbu iz uvjeta
sredi obje strane
izoliraj nepoznanicu
provjeri uvjete zadatka

Detaljni postupak:

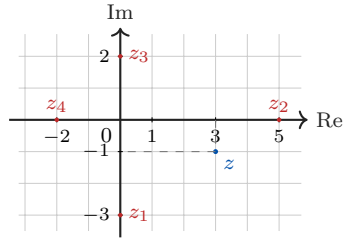
1. Pažljivo prepisati zadane podatke i označiti nepoznanicu.
2. Tekst zadatka pretvoriti u jednadžbu ili sustav jednadžbi.
3. Jednadžbe srediti, izračunati nepoznatu veličinu i paziti na dopuštene vrijednosti.
4. Dobiveni rezultat provjeriti u početnom uvjetu i zapisati odgovor s jedinicom ako postoji.

Zadatak 151

Tekst zadatka: U Gaussovoj ravnini prikazani su kompleksni brojevi

$$z_1 = -3i, \quad z_2 = 5, \quad z_3 = 2i, \quad z_4 = -2.$$

U kojem se kvadrantu nalazi točka kojoj je pridružen kompleksni broj $z_1 + z_2 + z_3 + z_4$?



Rješenje:

$$\begin{aligned} z &= z_1 + z_2 + z_3 + z_4 \\ z &= -3i + 5 + 2i - 2 \\ z &= 3 - i \\ \operatorname{Re}(z) &= 3 > 0, \\ \operatorname{Im}(z) &= -1 < 0. \end{aligned}$$

Odgovor: IV. kvadrant

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} z &= x + iy \\ \operatorname{Re} z &= x \\ \operatorname{Im} z &= y \\ |z| &= \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Kompleksni broj najprije zapisati u obliku $x + iy$.
2. Posebno zbrojiti ili izdvojiti realni dio, a posebno imaginarni dio.
3. Ako se traži kvadrant, gledati predznake: x određuje lijevo/desno, a y gore/dolje.
4. Ako se traži trigonometrijski oblik, izračunati modul i argument pa zapisati $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$.

Zadatak 152

Tekst zadatka: Izraz

$$1 - 2 \log_a 3$$

zapišite kao jedan logaritam za svaki a za koji je definiran.

Rješenje:

$$\begin{aligned} a &> 0, \quad a \neq 1 \\ 1 &= \log_a a \\ 2 \log_a 3 &= \log_a 3^2 = \log_a 9 \\ 1 - 2 \log_a 3 &= \log_a a - \log_a 9 \\ &= \log_a \frac{a}{9} \end{aligned}$$

Odgovor: $\log_a \frac{a}{9}, \quad a > 0, a \neq 1$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} \log_a x &\text{ definiran za } x > 0 \\ a &> 0, \quad a \neq 1 \\ \log_a x + \log_a y &= \log_a (xy) \\ k \log_a x &= \log_a x^k \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

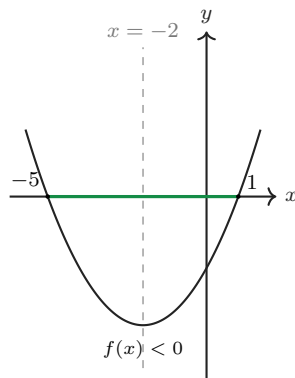
1. Najprije napisati uvjete definiranosti: argument logaritma mora biti pozitivan.
2. Primijeniti pravila za zbroj, razliku ili koeficijent ispred logaritma.
3. Ako se rješava jednadžba ili nejednadžba, prevesti je na algebarski oblik.
4. Dobivena rješenja obavezno provjeriti u početnim uvjetima definiranosti.

Zadatak 153

Tekst zadatka: Zadana je kvadratna funkcija

$$f(x) = 3x^2 + 12x - 15.$$

Odredite sve realne brojeve x za koje funkcija f poprima negativne vrijednosti.



Rješenje:

$$\begin{aligned} f(x) &< 0 \\ 3x^2 + 12x - 15 &< 0 \\ x^2 + 4x - 5 &< 0 \\ (x + 5)(x - 1) &< 0 \end{aligned}$$

Nultočke su $x_1 = -5$ i $x_2 = 1$. Parabola je okrenuta prema gore jer je $a = 3 > 0$, pa je negativna između nultočaka.

$$-5 < x < 1$$

Odgovor: $x \in (-5, 1)$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} z &= x + iy \\ \operatorname{Re} z &= x \\ \operatorname{Im} z &= y \\ |z| &= \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Kompleksni broj najprije zapisati u obliku $x + iy$.
2. Posebno zbrojiti ili izdvojiti realni dio, a posebno imaginarni dio.
3. Ako se traži kvadrant, gledati predznake: x određuje lijevo/desno, a y gore/dolje.
4. Ako se traži trigonometrijski oblik, izračunati modul i argument pa zapisati $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$.

Zadatak 161

Tekst zadatka: Riješite jednadžbe:

$$\sqrt{x+8} - x = 2$$

i

$$\log_3(\log_2(x-5)) = 1.$$

Rješenje:

1) $\sqrt{x+8} - x = 2$

$$\sqrt{x+8} = x + 2$$

Uvjet: $x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$.

$$x + 8 = (x + 2)^2$$

$$x + 8 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x - 1)(x + 4) = 0$$

$$x = 1 \text{ ili } x = -4.$$

Vrijednost $x = -4$ ne zadovoljava uvjet $x \geq -2$, pa ostaje $x = 1$.

2) $\log_3(\log_2(x-5)) = 1$

$$\log_2(x-5) = 3$$

$$x - 5 = 2^3$$

$$x - 5 = 8$$

$$x = 13$$

Odgovor: $x = 1$ i $x = 13$

Formule koje se koriste:

$\log_a x$ definiran za $x > 0$

$a > 0, a \neq 1$

$\log_a x + \log_a y = \log_a(xy)$

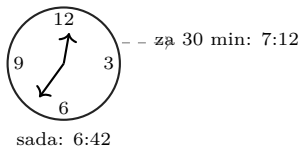
$k \log_a x = \log_a x^k$

Detaljni postupak:

1. Najprije napisati uvjete definiranosti: argument logaritma mora biti pozitivan.
2. Primijeniti pravila za zbroj, razliku ili koeficijent ispred logaritma.
3. Ako se rješava jednadžba ili nejednadžba, prevesti je na algebarski oblik.
4. Dobivena rješenja obavezno provjeriti u početnim uvjetima definiranosti.

Zadatak 162

Tekst zadatka: Koje vrijeme pokazuje sat u trenutku u kojemu vrijedi tvrdnja: za pola sata će broj minuta koje nedostaju do 8:00 sati biti četiri puta veći od broja minuta koje su protekle od 7:00 sati?



Rješenje:

Neka je t broj minuta koje su u trenutku za pola sata prošle od 7:00 sati. Tada je broj minuta do 8:00 sati jednak $60 - t$.

$$60 - t = 4t$$

$$60 = 5t$$

$$t = 12$$

Za pola sata bit će 7:12. Zato je sadašnje vrijeme

$$7:12 - 0:30 = 6:42.$$

Odgovor: 6:42

Formule koje se koriste:

$s = v \cdot t$

1 min = 60 s

1 h = 60 min

rad = $\frac{\text{cjelina}}{\text{vrijeme}}$

Detaljni postupak:

1. Sve vremenske jedinice pretvoriti u iste jedinice.
2. Odrediti vezu između puta, brzine i vremena ili između rada i vremena.
3. Postaviti jednadžbu prema uvjetu iz teksta.
4. Rješenje vratiti u jedinicu koja se traži u zadatku.

Zadatak 163

Tekst zadatka: Čemu je od navedenoga jednako

$$\sqrt[4]{(a^6)^{-\frac{4}{3}}}$$

za svaki $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$?

- A. $-a^2$
- B. $-a^{-2}$
- C. a^2
- D. a^{-2}

Rješenje:

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{(a^6)^{-\frac{4}{3}}} &= \sqrt[4]{a^{6 \cdot (-\frac{4}{3})}} \\ &= \sqrt[4]{a^{-8}} \\ &= (a^{-8})^{\frac{1}{4}} \\ &= (a^{-2}) \\ &= a^{-2} \end{aligned}$$

Budući da je $a \neq 0$, izraz je definiran. Također, $a^{-2} = \frac{1}{a^2} > 0$, pa nema negativnog predznaka.

Odgovor: D. a^{-2}

Formule koje se koriste:

$(a^m)^n = a^{mn}$

$\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$, za $x \geq 0$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|$

Detaljni postupak:

1. Najprije potenciju u zagradi pojednostaviti pravilom $(a^m)^n = a^{mn}$.
2. Dobije se a^{-8} , a zatim četvrti korijen pretvoriti u potenciju s eksponentom $\frac{1}{4}$.
3. Budući da je eksponent -8 paran, pod korijenom je pozitivan izraz za svaki $a \neq 0$.
4. Konačno $(a^{-8})^{1/4} = a^{-2}$, što odgovara ponudenom odgovoru D.

Zadatak 167

Tekst zadatka: Broj nekih čestica smanjuje se eksponencijalno. Mjerenja su pokazala da se broj čestica prepolovi svaka 2.5 sata. Kojim se od navedenih izraza može izračunati broj čestica N nakon protekloga vremena t u satima ako je na početku mjerenja bilo N_0 čestica?

- A. $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{2.5t}$
- B. $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{0.4t}$
- C. $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{-0.4t}$
- D. $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{-2.5t}$

Rješenje: Jedno prepolovljavanje dogodi se za 2.5 sata. Broj prepolovljavanja nakon t sati je

$$\frac{t}{2.5} = 0.4t.$$

Zato vrijedi

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{0.4t}.$$

Provjera: za $t = 2.5$ dobije se eksponent

$$0.4 \cdot 2.5 = 1,$$

pa je $N = N_0 \cdot \frac{1}{2}$, što odgovara jednom prepolovljavanju.

Odgovor: B. $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{0.4t}$

Formule koje se koriste:

$$N = N_0 q^t$$

$q = \frac{1}{2}$ kod prepolovljavanja

$$\text{broj perioda} = \frac{t}{T}$$

$$T = 2.5 \Rightarrow \frac{t}{T} = 0.4t$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati eksponencijalno smanjenje.
2. Baza je $\frac{1}{2}$ jer se broj čestica prepolovi.
3. Eksponent je broj proteklih perioda prepolovljavanja.
4. Provjeriti izraz u trenutku $t = 2.5$ sata.

Zadatak 168

Tekst zadatka: Koji broj ne pripada slici funkcije

$$f(x) = \frac{4}{x-2}?$$

- A. 0
- B. 2
- C. 4
- D. 6

Rješenje: Vrijednost funkcije ne može biti 0, jer je brojnik jednak 4, a razlomak s nenultim brojnikom ne može biti nula:

$$\frac{4}{x-2} = 0$$

nema rješenja. Za ostale ponuđene vrijednosti rješenja postoje:

$$\frac{4}{x-2} = 2 \Rightarrow x = 4,$$

$$\frac{4}{x-2} = 4 \Rightarrow x = 3,$$

$$\frac{4}{x-2} = 6 \Rightarrow x = \frac{8}{3}.$$

Odgovor: A. 0

Formule koje se koriste:

$$f(x) = \frac{a}{x-b}$$

$$x \neq b$$

$$\frac{a}{x-b} \neq 0 \text{ ako } a \neq 0$$

Detaljni postupak:

1. Kod racionalne funkcije najprije gledati može li se dobiti svaka ponuđena vrijednost.
2. Razlomak je jednak nuli samo ako je brojnik jednak nuli.
3. Ovdje je brojnik stalno 4, pa vrijednost 0 nije moguća.
4. Ostale vrijednosti provjeriti postavljanjem kratkih jednadžbi.

Zadatak 169

Tekst zadatka: Za koliko se promijenila vrijednost varijable x ako se vrijednost linearne funkcije

$$f(x) = ax + 3$$

povećala za dva?

- A. $\frac{2}{a}$
- B. $\frac{2}{5}$
- C. $\frac{a}{5}$
- D. $\frac{a}{2}$

Rješenje: Neka je promjena varijable Δx . Tada promjena vrijednosti funkcije iznosi

$$\Delta f = a \cdot \Delta x.$$

Budući da se vrijednost funkcije povećala za 2, vrijedi

$$a\Delta x = 2$$

$$\Delta x = \frac{2}{a}$$

Odgovor: A. $\frac{2}{a}$

Formule koje se koriste:

$$f(x) = ax + b$$

$$\Delta f = a\Delta x$$

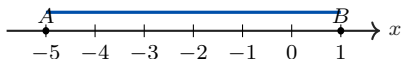
$$a \neq 0$$

Detaljni postupak:

1. Kod linearne funkcije koeficijent smjera a pokazuje koliko se f promijeni kad se x promijeni za 1.
2. Promjenu funkcije zapisati kao $\Delta f = a\Delta x$.
3. Uvrstiti $\Delta f = 2$.
4. Izolirati Δx .

Zadatak 170

Tekst zadatka: Na brojevnome pravcu istaknuta je dužina \overline{AB} koja je podijeljena na šest sukladnih dijelova. Točkama su pridruženi brojevi $A = -5$ i $B = 1$. Rješenja koje od navedenih jednadžba su brojevi pridruženi točkama A i B ?



- A. $|x - 2| = 3$
- B. $|x - 1| = 6$
- C. $|x + 1| = 6$
- D. $|x + 2| = 3$

Rješenje: Tražena rješenja moraju biti -5 i 1 . Provjerimo jednadžbu D:

$$\begin{aligned} |x + 2| &= 3 \\ x + 2 &= 3 \quad \text{ili} \quad x + 2 = -3 \\ x &= 1 \quad \text{ili} \quad x = -5 \end{aligned}$$

To su upravo brojevi pridruženi točkama A i B .

Odgovor: D. $|x + 2| = 3$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} |x - a| &= r \\ x &= a - r \quad \text{ili} \quad x = a + r \\ r &\geq 0 \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

- S brojevnog pravca očitati tražena rješenja: -5 i 1 .
- Jednadžba apsolutne vrijednosti ima dva rješenja simetrična oko središta.
- Središte između -5 i 1 je -2 , a udaljenost je 3 .
- Zato je jednadžba $|x + 2| = 3$.

Zadatak 171

Tekst zadatka: Josip, Ivan i Marko zajednički su kupili igraću konzolu. Josip je uložio 220 eura, Ivan 200 eura i Marko 130 eura. Dogovorili su da će ta konzola biti kod Josipa, Ivana ili Marka određeni broj dana tijekom mjeseca proporcionalno uloženom novcu. Koliko je dana igraća konzola bila kod Josipa u mjesecu koji ima 30 dana?

- A. 11
- B. 12
- C. 18
- D. 19

Rješenje: Ukupno je uloženo

$$220 + 200 + 130 = 550 \text{ eura.}$$

Josipov udio je

$$\frac{220}{550} = \frac{2}{5}.$$

Broj dana kod Josipa:

$$\frac{2}{5} \cdot 30 = 12.$$

Odgovor: B. 12

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} \text{udio} &= \frac{\text{dio}}{\text{ukupno}} \\ \text{traženi dio} &= \text{udio} \cdot \text{cjelina} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

- Zbrojiti sve uloge kako bi se dobio ukupni iznos.
- Josipov ulog podijeliti ukupnim iznosom.
- Dobiveni udio pomnožiti s 30 dana.
- Odabrati ponudeni odgovor.

Zadatak 172

Tekst zadatka: Koji je od navedenih izraza brojnik u do kraja sredenome izrazu

$$5 - \frac{1+x}{x}$$

za svaki $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$?

- A. $4 - x$
- B. $4 + x$
- C. $4x - 1$
- D. $4x + 1$

Rješenje:

$$\begin{aligned} 5 - \frac{1+x}{x} &= \frac{5x}{x} - \frac{1+x}{x} \\ &= \frac{5x - 1 - x}{x} \\ &= \frac{4x - 1}{x} \end{aligned}$$

Brojnik do kraja sredenog izraza je $4x - 1$.

Odgovor: C. $4x - 1$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} a &= \frac{ax}{x}, \quad \text{za } x \neq 0 \\ \frac{A}{x} - \frac{B}{x} &= \frac{A - B}{x} \\ x &\neq 0 \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

- Cijeli broj 5 proširiti nazivnikom x .
- Razlomke svesti na zajednički nazivnik.
- Srediti brojnik: $5x - (1 + x) = 4x - 1$.
- Ne zaboraviti uvjet $x \neq 0$.

Zadatak 173

Tekst zadatka: Kolika je vrijednost broja $1 + \sin(90^\circ)$ zaokružena na pet decimala?

Rješenje:

$$\begin{aligned} 1 + \sin 90^\circ &= 1 + 1 \\ &= 2 \\ &= 2.00000 \end{aligned}$$

Odgovor: 2.00000

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} \sin 90^\circ &= 1 \\ a + b & \\ & \text{zaokruživanje na 5 decimala} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

- Izračunati vrijednost sinusa u stupnjevima.
- Uvrstiti izraz $1 + \sin 90^\circ$.
- Rezultat zapisati na pet decimala.

Zadatak 193

Tekst zadatka: Kolika je vrijednost parametra k u kvadratnoj funkciji $f(x) = -x^2 - 2x + k$ čija je slika interval $< -\infty, 3]$?

Rješenje:

$$\begin{aligned}f(x) &= -x^2 - 2x + k \\ a &= -1, \quad b = -2, \quad c = k \\ y_T &= \frac{4ac - b^2}{4a} \\ 3 &= \frac{4 \cdot (-1) \cdot k - (-2)^2}{4 \cdot (-1)} \\ 3 &= \frac{-4k - 4}{-4} = k + 1 \\ k &= 2\end{aligned}$$

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}d &= \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ (x-p)^2 + (y-q)^2 &= r^2 \\ y - y_0 &= k(x - x_0) \\ k_1 k_2 &= -1\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Jednadžbu pravca po potrebi svesti na opći oblik.
2. Iz slike ili teksta očitati točke i koeficijente.
3. Za udaljenost koristiti formulu točka-pravac.
4. Kod kružnice usporediti s kanonskim oblikom.

Zadatak 194

Tekst zadatka: Koliko lokalnih ekstrema ima funkcija $f(x) = 2x^4 + 6x^2 + 4$?

Rješenje:

$$\begin{aligned}f(x) &= 2x^4 + 6x^2 + 4 \\ f'(x) &= 8x^3 + 12x \\ 8x^3 + 12x &= 0 \\ 4x(2x^2 + 3) &= 0 \\ x &= 0 \\ f''(x) &= 24x^2 + 12 \\ f''(0) &= 12 > 0\end{aligned}$$

Funkcija ima jedan lokalni ekstrem.

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}(x^n)' &= nx^{n-1} \\ (uv)' &= u'v + uv' \\ \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\ k &= f'(x_0)\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati pravilo deriviranja: potencija, umnožak ili količnik.
2. Izračunati derivaciju korak po korak.
3. Ako se traži tangenta, koeficijent smjera je $f'(x_0)$.
4. Uvrstiti točku u jednadžbu pravca.

Zadatak 195

Tekst zadatka: Kojem intervalu pripada rješenje jednadžbe $\log_4(2x) - \log_4(x-1) = 2$?

Rješenje:

$$\begin{aligned}\log_4(2x) - \log_4(x-1) &= 2 \\ \log_4 \frac{2x}{x-1} &= \log_4 16 \\ \frac{2x}{x-1} &= 16 \\ 2x &= 16x - 16 \\ 14x &= 16 \\ x &= \frac{8}{7}\end{aligned}$$

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}\log_a x = b &\Leftrightarrow a^b = x \\ \log_a xy &= \log_a x + \log_a y \\ \log_a x^n &= n \log_a x \\ x > 0, a > 0, a &\neq 1\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Najprije zapisati uvjete definiranosti.
2. Primijeniti pravila za logaritme.
3. Po potrebi prijeći iz logaritamskog u eksponencijalni oblik.
4. Provjeriti dobivena rješenja u uvjetima.

Zadatak 196

Tekst zadatka: t Očekivani broj bakterija C određen je jednadžbom $C = 100 \cdot 2^{t/15}$, gdje je t broj sati od početka mjerenja. Nakon koliko se sati očekuje približno 300 bakterija?

Rješenje:

$$\begin{aligned}300 &= 100 \cdot 2^{t/15} \\ 3 &= 2^{t/15} \\ \log_2 3 &= \frac{t}{15} \\ t &= 15 \log_2 3 \\ t &\approx 23.8 \approx 24\end{aligned}$$

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}\log_a x = b &\Leftrightarrow a^b = x \\ \log_a xy &= \log_a x + \log_a y \\ \log_a x^n &= n \log_a x \\ x > 0, a > 0, a &\neq 1\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Najprije zapisati uvjete definiranosti.
2. Primijeniti pravila za logaritme.
3. Po potrebi prijeći iz logaritamskog u eksponencijalni oblik.
4. Provjeriti dobivena rješenja u uvjetima.

Zadatak 197

Tekst zadatka: Podijelimo broj s njemu suprotnim brojem i dobivenome količniku dodamo 5. Koliko iznosi recipročna vrijednost dobivenog rezultata?

Rješenje:

$$\begin{aligned}\frac{x}{-x} + 5 &= -1 + 5 = 4 \\ \frac{1}{4} &= \text{recipročna vrijednost}\end{aligned}$$

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}z &= a + bi \\ |z| &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ z &= r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \\ z_1 + z_2 &= (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Točku u Gaussovoj ravnini pretvoriti u kompleksni broj.
2. Zbrojiti realne i imaginarne dijelove odvojeno.
3. Za trigonometrijski zapis naći modul i argument.
4. Kvadrant očitati prema predznacima realnog i imaginarnog dijela.

Zadatak 208

Tekst zadatka: U školi s 855 učenika omjer broja učenika nižih i viših razreda jest 10 : 9. Koliko je djevojčica u višim razredima ako je omjer dječaka i djevojčica u višim razredima 7 : 8?

Rješenje:

$$\begin{aligned}10k + 9k &= 855 \\19k &= 855 \\k &= 45 \\V &= 9k = 9 \cdot 45 = 405 \\7m + 8m &= 405 \\15m &= 405 \\m &= 27 \\D &= 8m = 8 \cdot 27 = 216\end{aligned}$$

Odgovor: $\boxed{216}$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}z &= a + bi \\|z| &= \sqrt{a^2 + b^2} \\z &= r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \\z_1 + z_2 &= (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

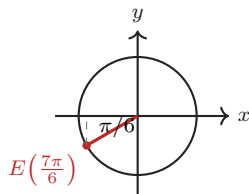
1. Točku u Gaussovoj ravnini pretvoriti u kompleksni broj.
2. Zbrojiti realne i imaginarne dijelove odvojeno.
3. Za trigonometrijski zapis naći modul i argument.
4. Kvadrant očitati prema predznacima realnog i imaginarnog dijela.

Zadatak 209

Tekst zadatka: Na brojevnoj kružnici prikazite točku $E(t)$ za koju vrijedi $\sin t = -\frac{1}{2}$ i $\cos t < 0$.

Rješenje:

$$\begin{aligned}\sin t &= -\frac{1}{2}, \quad \cos t < 0 \\&\Rightarrow t \text{ je u III. kvadrantu} \\ \alpha &= \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} \\ t &= \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}\end{aligned}$$



Odgovor: $\boxed{t = \frac{7\pi}{6}}$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}\sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \\ \operatorname{tg} x &= \frac{\sin x}{\cos x} \\ \sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati kvadrant prema predznacima sinusa i kosinusa.
2. Odrediti referentni kut.
3. Zapisati kut u traženom intervalu.

Zadatak 210

Tekst zadatka: Koja su rješenja jednadžbe

$$\sin\left(2x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

iz intervala $[0, \pi]$?

Rješenje:

$$\begin{aligned}2x - \frac{3\pi}{4} &= \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\2x &= \pi + 2k\pi \\x &= \frac{\pi}{2} + k\pi \\2x - \frac{3\pi}{4} &= \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \\2x &= \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \\x &= \frac{3\pi}{4} + k\pi \\x \in [0, \pi] &\Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2}, \quad x_2 = \frac{3\pi}{4}.\end{aligned}$$

Odgovor: $\boxed{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}}$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}\sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \\ \operatorname{tg} x &= \frac{\sin x}{\cos x} \\ \sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati kvadrant prema predznacima sinusa i kosinusa.
2. Odrediti referentni kut.
3. Zapisati kut u traženom intervalu.

Zadatak 219

Tekst zadatka: Za koje su sve realne brojeve k vrijednosti funkcije $f(x) = k(x^2 + 1) - 3x(x + 1)$ uvijek negativne?

Rješenje:

$$\begin{aligned} f(x) &= k(x^2 + 1) - 3x(x + 1) \\ &= (k - 3)x^2 - 3x + k \\ a &= k - 3, \quad b = -3, \quad c = k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) < 0 \text{ za svaki } x \\ \Rightarrow a < 0 \text{ i } D < 0 \end{aligned}$$

$$k - 3 < 0$$

$$D = (-3)^2 - 4(k - 3)k < 0$$

$$9 - 4k^2 + 12k < 0$$

$$4k^2 - 12k - 9 > 0$$

$$k < \frac{3 - 3\sqrt{2}}{2} \quad \text{ili} \quad k > \frac{3 + 3\sqrt{2}}{2}$$

Uz $k < 3$ ostaje samo:

$$k < \frac{3 - 3\sqrt{2}}{2}.$$

Odgovor: $k < \frac{3 - 3\sqrt{2}}{2}$

Formule koje se koriste:

$$z = a + bi$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

Detaljni postupak:

1. Točku u Gaussovoj ravnini pretvoriti u kompleksni broj.
2. Zbrojiti realne i imaginarne dijelove odvojeno.
3. Za trigonometrijski zapis naći modul i argument.
4. Kvadrant očitati prema predznacima realnog i imaginarnog dijela.

Zadatak 220

Tekst zadatka: Pravac prolazi točkom $T(8, 16)$ i s pozitivnim dijelovima koordinatnih osi određuje trokut maksimalne moguće površine. Kolika je mjera kuta koji pravac zatvara s osi ordinata?

Rješenje:

Neka su odsječci na osima a i b . Pravac je

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

Budući da prolazi kroz $T(8, 16)$:

$$\frac{8}{a} + \frac{16}{b} = 1$$

$$8b + 16a = ab$$

$$b(a - 8) = 16a$$

$$b = \frac{16a}{a - 8}, \quad a > 8$$

$$P(a) = \frac{ab}{2} = \frac{8a^2}{a - 8}.$$

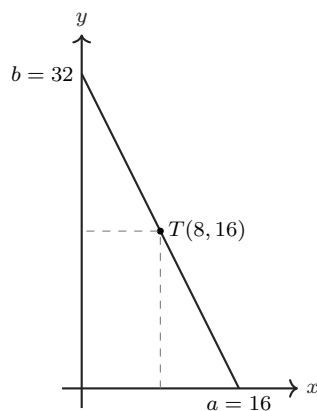
$$P'(a) = \frac{16a(a - 8) - 8a^2}{(a - 8)^2}$$

$$= \frac{8a(a - 16)}{(a - 8)^2}$$

$$P'(a) = 0 \Rightarrow a = 16, \quad b = \frac{16 \cdot 16}{16 - 8} = 32.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \approx 26.565^\circ \approx 26^\circ 34'.$$



Odgovor: $26^\circ 34'$

Formule koje se koriste:

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$P = \frac{ab}{2}$$

$$P'(x) = 0$$

Detaljni postupak:

1. Pravac zapisati u odsječnom obliku.
2. Uvrstiti točku $T(8, 16)$.
3. Površinu trokuta zapisati kao funkciju jednog odsjeka.
4. Derivacijom dobiti ekstrem i iz omjera odsječaka kut s osi ordinata.

Zadatak 221

Tekst zadatka: Kolika je vrijednost broja $33 \cdot \frac{\sin 32^\circ}{\sin 39^\circ}$?

Rješenje:

$$\begin{aligned} 33 \cdot \frac{\sin 32^\circ}{\sin 39^\circ} &= 33 \cdot \frac{0.529919\dots}{0.629320\dots} \\ &= 33 \cdot 0.842052\dots \\ &= 27.8017\dots \end{aligned}$$

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \\ \text{tg } \alpha &= \frac{\text{suprotna}}{\text{priležeća}} \\ \sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati kvadrant prema predznacima sinusa i kosinusa.
2. Odrediti referentni kut.
3. Zapisati kut u traženom intervalu.

Zadatak 222

Tekst zadatka: Koliko je 20 litara izraženo u m^3 ?

Rješenje:

$$\begin{aligned} 1 \text{ L} &= 1 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ dm}^3 &= (0.1 \text{ m})^3 = 0.001 \text{ m}^3 \\ 20 \text{ L} &= 20 \cdot 0.001 \text{ m}^3 \\ &= 0.02 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} 1 \text{ L} &= 1 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ dm} &= 10^{-1} \text{ m} \\ 1 \mu\text{m} &= 10^{-6} \text{ m} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Pretvoriti jedinice u osnovnu SI jedinicu.
2. Pomnožiti ili podijeliti prema tekstu zadatka.
3. Rezultat zapisati u traženoj jedinici.

Zadatak 223

Tekst zadatka: Koji je od navedenih brojeva jednak broju $\frac{9^{-2} \cdot 243^a}{3^a}$ za svaki realni broj a ?

Rješenje:

$$\begin{aligned} \frac{9^{-2} \cdot 243^a}{3^a} &= \frac{(3^2)^{-2} \cdot (3^5)^a}{3^a} \\ &= \frac{3^{-4} \cdot 3^{5a}}{3^a} \\ &= 3^{-4+5a-a} \\ &= 3^{4a-4} \\ &= 3^{4(a-1)} \\ &= (3^4)^{a-1} \\ &= 81^{a-1} \end{aligned}$$

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= a^{mn} \\ a^m \cdot a^n &= a^{m+n} \\ \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Sve brojeve napisati kao potencije baze 3.
2. Primijeniti pravila za potencije.
3. Dobiveni izraz zapisati s bazom 81.

Zadatak 224

Tekst zadatka: Čemu je jednak brojnik do kraja skraćenog razlomka

$$\frac{(2y-1)^2 + 8y}{4y^2 - 1}$$

za sve y za koje je definiran?

Rješenje:

$$\begin{aligned} (2y-1)^2 + 8y &= 4y^2 - 4y + 1 + 8y \\ &= 4y^2 + 4y + 1 \\ &= (2y+1)^2 \\ 4y^2 - 1 &= (2y-1)(2y+1) \\ \frac{(2y-1)^2 + 8y}{4y^2 - 1} &= \frac{(2y+1)^2}{(2y-1)(2y+1)} \\ &= \frac{2y+1}{2y-1} \end{aligned}$$

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} (a \pm b)^2 &= a^2 \pm 2ab + b^2 \\ a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b) \\ \frac{AC}{BD} &= \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Rastaviti brojeve i izraze na faktore.
2. Skratiti zajednički faktor.
3. Očitati traženi brojnik ili pojednostavljeni izraz.

Zadatak 225

Tekst zadatka: Prosječni je promjer čestice virusa približno $0.12 \mu\text{m}$. Njegov promjer odgovara otprilike tisućtom dijelu promjera ljudske dlake. Koliki je promjer ljudske dlake prema tim podatcima izražen u metrima?

Rješenje:

$$\begin{aligned} d_v &= 0.12 \mu\text{m} \\ d_{dlake} &= 1000 \cdot d_v \\ &= 1000 \cdot 0.12 \mu\text{m} \\ &= 120 \mu\text{m} \\ &= 120 \cdot 10^{-6} \text{ m} \\ &= 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ m} \end{aligned}$$

Odgovor:

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} 1 \text{ L} &= 1 \text{ dm}^3 \\ 1 \text{ dm} &= 10^{-1} \text{ m} \\ 1 \mu\text{m} &= 10^{-6} \text{ m} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Pretvoriti jedinice u osnovnu SI jedinicu.
2. Pomnožiti ili podijeliti prema tekstu zadatka.
3. Rezultat zapisati u traženoj jedinici.

Zadatak 230**Tekst zadatka:** U kojemu se intervalu nalazi rješenje jednadžbe $8 \cdot 100^{x+2} = 0.008$?**Rješenje:**

$$\begin{aligned}
8 \cdot 100^{x+2} &= 0.008 \\
100^{x+2} &= \frac{0.008}{8} \\
100^{x+2} &= 0.001 \\
(10^2)^{x+2} &= 10^{-3} \\
10^{2x+4} &= 10^{-3} \\
2x + 4 &= -3 \\
2x &= -7 \\
x &= -\frac{7}{2} = -3.5
\end{aligned}$$

Odgovor: $x \in \langle -\infty, -3 \rangle$ **Formule koje se koriste:**

$$\begin{aligned}
\log_a x = b &\Leftrightarrow x = a^b \\
\log_a 1 &= 0 \\
a^m = a^n &\Rightarrow m = n \\
x > 0, a > 0, a &\neq 1
\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Uvrstiti zadanu vrijednost.
2. Izolirati logaritam ili potenciju.
3. Prijeći u eksponencijalni oblik.
4. Provjeriti uvjet definiranosti.

Zadatak 231**Tekst zadatka:** Lozinka se sastoji od pet jednakih znamenaka. Kolika je vjerojatnost da pogodimo lozinku iz prvoga pokušaja?**Rješenje:**

moguće lozinke: 00000, 11111, 22222, ..., 99999

$$\begin{aligned}
n &= 10 \\
m &= 1 \\
P &= \frac{m}{n} = \frac{1}{10} = 0.1
\end{aligned}$$

Odgovor: $\frac{1}{10}$ **Formule koje se koriste:**

$$\begin{aligned}
ax + by &= c \\
\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \\
P(A) &= \frac{m}{n}
\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Označiti nepoznаницe.
2. Iz teksta napisati jednadžbe.
3. Riješiti sustav eliminacijom ili uvrštavanjem.
4. Usporediti dobivene vrijednosti.

Zadatak 232**Tekst zadatka:** Čemu je jednaka duljina polumjera kružnice opisane trokutu?**Rješenje:**

$$\begin{aligned}
\text{pravokutni trokut: } R &= \frac{c}{2} \\
c &= 2R
\end{aligned}$$

Ako je na slici hipotenuza promjer opisane kružnice, polumjer je polovica hipotenuze.

Odgovor: $\frac{c}{2}$ **Formule koje se koriste:**

Za pravokutni trokut vrijedi:

$$\begin{aligned}
R &= \frac{c}{2} \\
c &= 2R
\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepoznati da je hipotenuza promjer opisane kružnice.
2. Polumjer je polovica promjera.
3. Uvrstiti duljinu hipotenuze sa slike.

Zadatak 243**Tekst zadatka:** Napišite broj $b^7 \cdot \sqrt{b}$ u obliku potencije s bazom b .**Rješenje:**

$$\begin{aligned} b^7 \cdot \sqrt{b} &= b^7 \cdot b^{1/2} \\ &= b^{7+1/2} \\ &= b^{15/2}. \end{aligned}$$

Odgovor: $b^{15/2}$ **Formule koje se koriste:**

$$\begin{aligned} a(b+c) &= ab+ac \\ a^m a^n &= a^{m+n} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow ad=bc \\ x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepisati podatke.
2. Izabrati formulu.
3. Uvrstiti brojke.
4. Srediti izraz i provjeriti uvjet.

Zadatak 244**Tekst zadatka:** Izračunajte $\frac{(10^{55} + 1)^2 - (10^{55} - 1)^2}{10^{55}}$.**Rješenje:**

$$\begin{aligned} A &= 10^{55} + 1, & B &= 10^{55} - 1, \\ \frac{A^2 - B^2}{10^{55}} &= \frac{(A - B)(A + B)}{10^{55}} \\ &= \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{55}}{10^{55}} \\ &= 4. \end{aligned}$$

Odgovor: 4 **Formule koje se koriste:**

$$\begin{aligned} a(b+c) &= ab+ac \\ a^m a^n &= a^{m+n} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow ad=bc \\ x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepisati podatke.
2. Izabrati formulu.
3. Uvrstiti brojke.
4. Srediti izraz i provjeriti uvjet.

Zadatak 245**Tekst zadatka:** Odredite opći član aritmetičkoga niza 8, 11, 14, 17, ...**Rješenje:**

$$\begin{aligned} a_1 &= 8, & d &= 11 - 8 = 3, \\ a_n &= a_1 + (n - 1)d, \\ a_n &= 8 + (n - 1)3, \\ a_n &= 3n + 5. \end{aligned}$$

Odgovor: $a_n = 3n + 5$ **Formule koje se koriste:**

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{m}{n} \\ \bar{x} &= \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \\ S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ a_n &= a_1 + (n - 1)d \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti ukupan broj ili niz.
2. Odrediti povoljne slučajeve ili traženi član.
3. Uvrstiti u formulu.
4. Srediti rezultat.

Zadatak 246**Tekst zadatka:** Kolika je razlika između najviše i najniže temperature?**Rješenje:**

$$\begin{aligned} T_{\max} &= 14.47^\circ\text{C}, \\ T_{\min} &= 13.59^\circ\text{C}, \\ \Delta T &= T_{\max} - T_{\min}, \\ \Delta T &= 14.47 - 13.59 = 0.88^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Odgovor: 0.88°C **Formule koje se koriste:**

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{m}{n} \\ \bar{x} &= \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \\ S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ a_n &= a_1 + (n - 1)d \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti ukupan broj ili niz.
2. Odrediti povoljne slučajeve ili traženi član.
3. Uvrstiti u formulu.
4. Srediti rezultat.

Zadatak 247**Tekst zadatka:** Kolika je prosječna temperatura za razdoblja u kojima su temperature bile više od 14°C ?**Rješenje:**

$$\begin{aligned} \bar{T} &= \frac{14.12 + 14.26 + 14.47}{3}, \\ \bar{T} &= \frac{42.85}{3}, \\ \bar{T} &\approx 14.28^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Odgovor: 14.28°C **Formule koje se koriste:**

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{m}{n} \\ \bar{x} &= \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \\ S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ a_n &= a_1 + (n - 1)d \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti ukupan broj ili niz.
2. Odrediti povoljne slučajeve ili traženi član.
3. Uvrstiti u formulu.
4. Srediti rezultat.

Zadatak 256

Tekst zadatka: Na vrhu zgrade je antena visine 3 m. Oči promatrača su na visini 1.6 m. Vrh zgrade vidi pod kutom 38° , a vrh antene pod kutom 43° . Kolika je visina zgrade?

Rješenje:

$$\begin{aligned}\angle DAB &= 43^\circ - 38^\circ = 5^\circ, \\ \angle DCB &= 180^\circ - 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ, \\ \angle BDA &= 128^\circ, \quad \angle DAB = 47^\circ, \\ \frac{BD}{\sin 47^\circ} &= \frac{3}{\sin 5^\circ}, \\ BD &\approx 25.174, \\ CD &= BD \sin 38^\circ \approx 15.499, \\ H &= CD + 1.6 \approx 17.10 \text{ m.}\end{aligned}$$

Odgovor: 17.10 m

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= c^2 \\ P &= \frac{ab}{2} \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \\ \frac{a}{\sin \alpha} &= \frac{b}{\sin \beta}\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Označiti poznate duljine i kutove.
2. Odabrati Pitagoru, sinus, kosinus ili sličnost.
3. Izračunati traženu veličinu.
4. Provjeriti skicu i jedinicu.

Zadatak 257

Tekst zadatka: Funkcija $P(t) = 145 \cdot 2.72^{-0.092t}$ opisuje puls trkača t minuta nakon utrke. Koliki je puls nakon 3 minute?

Rješenje:

$$\begin{aligned}P(3) &= 145 \cdot 2.72^{-0.092 \cdot 3}, \\ P(3) &= 145 \cdot 2.72^{-0.276}, \\ P(3) &\approx 145 \cdot 0.759, \\ P(3) &\approx 110.\end{aligned}$$

Odgovor: 110

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}(x^n)' &= nx^{n-1} \\ \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\ k &= f'(x_0) \\ T &= \frac{2\pi}{B}\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

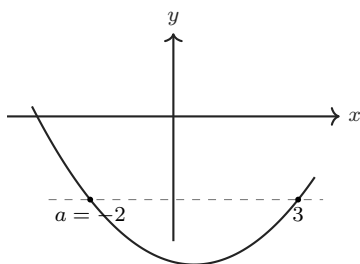
1. Odrediti domenu ili derivaciju ako treba.
2. Uvrstiti zadane vrijednosti.
3. Riješiti jednadžbu/ne jednadžbu.
4. Očitati konačni interval ili broj.

Zadatak 258

Tekst zadatka: Na grafu funkcije f vrijedi $f(3) = -2$. Odredite a , $a \neq 2$, za koji vrijedi $f(a) = f(3)$.

Rješenje:

$$\begin{aligned}f(3) &= -2, \\ f(a) &= f(3), \\ f(a) &= -2, \\ \text{s grafa: } a &= -2.\end{aligned}$$



Odgovor: $a = -2$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}(x^n)' &= nx^{n-1} \\ \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\ k &= f'(x_0) \\ T &= \frac{2\pi}{B}\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti domenu ili derivaciju ako treba.
2. Uvrstiti zadane vrijednosti.
3. Riješiti jednadžbu/ne jednadžbu.
4. Očitati konačni interval ili broj.

Zadatak 259

Tekst zadatka: Kako glasi jednadžba tangente na krivulju $y = \frac{4}{x}$ u točki $S(2, y)$ te krivulje?

Rješenje:

$$\begin{aligned}y_0 &= \frac{4}{2} = 2, \\ f'(x) &= -\frac{4}{x^2}, \\ f'(2) &= -\frac{4}{2^2} = -1, \\ y - y_0 &= k(x - x_0), \\ y - 2 &= -1(x - 2), \\ y &= -x + 4.\end{aligned}$$

Odgovor: $y = -x + 4$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}(x^n)' &= nx^{n-1} \\ \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\ k &= f'(x_0) \\ T &= \frac{2\pi}{B}\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti domenu ili derivaciju ako treba.
2. Uvrstiti zadane vrijednosti.
3. Riješiti jednadžbu/ne jednadžbu.
4. Očitati konačni interval ili broj.

Zadatak 270

Tekst zadatka: Temperatura je pri uključivanju klime bila 28°C , a nakon 5 minuta 26°C . Odredite linearnu funkciju $T(t)$.

Rješenje:

$$\begin{aligned}T(0) &= 28, \\T(5) &= 26, \\k &= \frac{26 - 28}{5 - 0} = -\frac{2}{5} = -0.4, \\T(t) &= -0.4t + 28.\end{aligned}$$

Odgovor: $T(t) = -0.4t + 28$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}y - y_0 &= k(x - x_0) \\k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\d &= \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\(x - p)^2 + (y - q)^2 &= r^2\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Jednadžbu svesti na standardni oblik.
2. Očitati koeficijent smjera, središte ili sjecišta.
3. Uvrstiti u odgovarajuću formulu.
4. Napisati konačnu jednadžbu ili udaljenost.

Zadatak 271

Tekst zadatka: Koji je pravac paralelan pravcu $9x + 3y = 5$?

Rješenje:

$$\begin{aligned}9x + 3y &= 5, \\3y &= -9x + 5, \\y &= -3x + \frac{5}{3}, \\k &= -3.\end{aligned}$$

Paralelan pravac mora imati isti koeficijent smjera.

$$\Rightarrow y = -3x$$

Odgovor: $y = -3x$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}y - y_0 &= k(x - x_0) \\k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\d &= \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\(x - p)^2 + (y - q)^2 &= r^2\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Jednadžbu svesti na standardni oblik.
2. Očitati koeficijent smjera, središte ili sjecišta.
3. Uvrstiti u odgovarajuću formulu.
4. Napisati konačnu jednadžbu ili udaljenost.

Zadatak 272

Tekst zadatka: Vektor \vec{a} ima početnu točku $(-2, 5)$ i krajnju točku $(1, 1)$. Zapišite vektor \vec{a} .

Rješenje:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (1 - (-2), 1 - 5), \\ \vec{a} &= (3, -4), \\ \vec{a} &= 3\vec{i} - 4\vec{j}.\end{aligned}$$

Odgovor: $3\vec{i} - 4\vec{j}$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (x_2 - x_1, y_2 - y_1) \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi \\ |\vec{a}| &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ z &= a + bi\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Vektor zapisati koordinatno.
2. Usporediti komponente ili koristiti skalarni produkt.
3. Za kompleksni broj odvojiti realni i imaginarni dio.
4. Očitati traženi kvadrant ili kut.

Zadatak 273

Tekst zadatka: Koja je točka središte kružnice zadane jednadžbom $x^2 + y^2 + 4y = 0$?

Rješenje:

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 4y &= 0, \\x^2 + y^2 + 4y + 4 &= 4, \\x^2 + (y + 2)^2 &= 2^2, \\S &= (0, -2).\end{aligned}$$

Odgovor: $S(0, -2)$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}y - y_0 &= k(x - x_0) \\k &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\d &= \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\(x - p)^2 + (y - q)^2 &= r^2\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Jednadžbu svesti na standardni oblik.
2. Očitati koeficijent smjera, središte ili sjecišta.
3. Uvrstiti u odgovarajuću formulu.
4. Napisati konačnu jednadžbu ili udaljenost.

Zadatak 274

Tekst zadatka: U kompleksnoj ravnini točke z_1 i z_3 simetrične su s obzirom na ishodište. Koja je tvrdnja točna?

Rješenje:

$$\begin{aligned}\text{simetrija oko ishodišta: } (a, b) &\mapsto (-a, -b), \\z_3 &= -z_1, \\z_1 &= -z_3.\end{aligned}$$

Odgovor: $z_1 = -z_3$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (x_2 - x_1, y_2 - y_1) \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi \\ |\vec{a}| &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ z &= a + bi\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Vektor zapisati koordinatno.
2. Usporediti komponente ili koristiti skalarni produkt.
3. Za kompleksni broj odvojiti realni i imaginarni dio.
4. Očitati traženi kvadrant ili kut.

Zadatak 285

Tekst zadatka: Koji je interval slika funkcije $f(x) = |x - 5| + 7$?

Rješenje:

$$\begin{aligned} |x - 5| &\geq 0, \\ |x - 5| + 7 &\geq 7, \\ f(5) &= 7. \\ \text{Im } f &= [7, +\infty). \end{aligned}$$

Odgovor: $[7, +\infty)$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} (x^n)' &= nx^{n-1} \\ \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\ k &= f'(x_0) \\ T &= \frac{2\pi}{B} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti domenu ili derivaciju ako treba.
2. Uvrstiti zadane vrijednosti.
3. Riješiti jednadžbu/ne jednadžbu.
4. Očitati konačni interval ili broj.

Zadatak 286

Tekst zadatka: Napišite trigonometrijski zapis nekoga kompleksnog broja kojemu je pridružena točka na imaginarnoj osi.

Rješenje:

$$\begin{aligned} z &= 3i, \\ r = |z| &= 3, \\ \varphi &= \frac{\pi}{2}, \\ z &= 3 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

Odgovor: $3 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (x_2 - x_1, y_2 - y_1) \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi \\ |\vec{a}| &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ z &= a + bi \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Vektor zapisati koordinatno.
2. Usporediti komponente ili koristiti skalarni produkt.
3. Za kompleksni broj odvojiti realni i imaginarni dio.
4. Očitati traženi kvadrant ili kut.

Zadatak 287

Tekst zadatka: Za koliko je broj $4 \cdot 10^{110}$ veći od broja $3 \cdot 10^{108}$?

Rješenje:

$$\begin{aligned} 4 \cdot 10^{110} - 3 \cdot 10^{108} &= 4 \cdot 10^2 \cdot 10^{108} - 3 \cdot 10^{108}, \\ &= (400 - 3) \cdot 10^{108}, \\ &= 397 \cdot 10^{108}, \\ &= 3.97 \cdot 10^{110}. \end{aligned}$$

Odgovor: $3.97 \cdot 10^{110}$

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} a(b+c) &= ab+ac \\ a^m a^n &= a^{m+n} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow ad = bc \\ x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepisati podatke.
2. Izabrati formulu.
3. Uvrstiti brojke.
4. Srediti izraz i provjeriti uvjet.

Zadatak 288

Tekst zadatka: Marko u minuti pretrči 200 m, Luka biciklom prijeđe 500 m. Ako su obojica prešla 6 km, koliko je minuta više Marko trčao?

Rješenje:

$$\begin{aligned} 6 \text{ km} &= 6000 \text{ m}, \\ t_M &= \frac{6000}{200} = 30, \\ t_L &= \frac{6000}{500} = 12, \\ t_M - t_L &= 30 - 12 = 18. \end{aligned}$$

Odgovor: 18 min

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned} a(b+c) &= ab+ac \\ a^m a^n &= a^{m+n} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} &\Rightarrow ad = bc \\ x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Prepisati podatke.
2. Izabrati formulu.
3. Uvrstiti brojke.
4. Srediti izraz i provjeriti uvjet.

Zadatak 289

Tekst zadatka: U tablici su navedeni podatci o visini djece u nekoj vrtićkoj skupini.

Koliko iznosi mod prikazanih podataka?

Rješenje:

Visina (cm)	110	112	116	120	121	124
Broj djece	3	4	2	1	3	1

Najveća frekvencija je 4.

Frekvencija 4 pripada visini 112 cm.

mod = 112 cm

Odgovor: 112 cm

Formule koje se koriste:

mod = podatak s najvećom frekvencijom
frekvencija = broj pojavljivanja podatka

Detaljni postupak:

1. U tablici očitati frekvencije.
2. Naći najveću frekvenciju.
3. Odgovor je podatak kojem pripada najveća frekvencija.

Zadatak 299

Tekst zadatka: Kolika je površina pobočja pravilne četverostrane piramide osnovnoga brida 12.6 cm ako je kut između baze i pobočke $48^\circ 31'$?

Rješenje:

$$\begin{aligned}a &= 12.6 \text{ cm}, \\ \frac{a}{2} &= 6.3 \text{ cm}, \\ \cos 48^\circ 31' &= \frac{6.3}{v_p}, \\ v_p &= \frac{6.3}{\cos 48^\circ 31'}, \\ v_p &\approx 9.51 \text{ cm}, \\ P_{\text{pob}} &= 4 \cdot \frac{av_p}{2}, \\ P_{\text{pob}} &= 4 \cdot \frac{12.6 \cdot 9.51}{2}, \\ P_{\text{pob}} &\approx 239.67 \text{ cm}^2.\end{aligned}$$

Odgovor: 239.67 cm^2

Zadatak 300

Tekst zadatka: Ako funkcija $f(x) = \frac{4x - a}{x^2 + 1}$ za $x = 2$ postiže lokalni maksimum, odredite za koji x postiže lokalni minimum.

Rješenje:

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{4(x^2 + 1) - (4x - a)2x}{(x^2 + 1)^2}, \\ f'(x) &= \frac{-4x^2 + 2ax + 4}{(x^2 + 1)^2}, \\ f'(2) = 0 &\Rightarrow -4 \cdot 2^2 + 2a \cdot 2 + 4 = 0, \\ -16 + 4a + 4 &= 0, \\ a &= 3, \\ -4x^2 + 6x + 4 &= 0, \\ 2x^2 - 3x - 2 &= 0, \\ (2x + 1)(x - 2) &= 0, \\ x_1 = 2, \quad x_2 &= -\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Ako je $x = 2$ maksimum, drugi ekstrem je minimum.

Odgovor: $x = -\frac{1}{2}$

Zadatak 301

Tekst zadatka: Kovanice čine aritmetički niz promjera s razlikom 1.5 mm. Najveći promjer je 60% veći od najmanjega, a prosjek je 26 mm. Koliko je kovanica?

Rješenje:

$$\begin{aligned}a_n &= 1.6a_1, \\ \bar{a} &= \frac{a_1 + a_n}{2} = 26, \\ \frac{a_1 + 1.6a_1}{2} &= 26, \\ 2.6a_1 &= 52, \\ a_1 &= 20, \\ a_n &= 32, \\ a_n &= a_1 + (n - 1)d, \\ 32 &= 20 + (n - 1)1.5, \\ 12 &= 1.5(n - 1), \\ n - 1 &= 8, \quad n &= 9.\end{aligned}$$

Odgovor: 9

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= c^2 \\ P &= \frac{ab}{2} \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \\ \frac{a}{\sin \alpha} &= \frac{b}{\sin \beta}\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Označiti poznate duljine i kutove.
2. Odabrati Pitagoru, sinus, kosinus ili sličnost.
3. Izračunati traženu veličinu.
4. Provjeriti skicu i jedinicu.

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}(x^n)' &= nx^{n-1} \\ \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \\ k &= f'(x_0) \\ T &= \frac{2\pi}{B}\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti domenu ili derivaciju ako treba.
2. Uvrstiti zadane vrijednosti.
3. Riješiti jednačbu/ne jednačbu.
4. Očitati konačni interval ili broj.

Formule koje se koriste:

$$\begin{aligned}P(A) &= \frac{m}{n} \\ \bar{x} &= \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \\ S_n &= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ a_n &= a_1 + (n - 1)d\end{aligned}$$

Detaljni postupak:

1. Odrediti ukupan broj ili niz.
2. Odrediti povoljne slučajeve ili traženi član.
3. Uvrstiti u formulu.
4. Srediti rezultat.